

Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

Introdução ao Trabalho

[Eutócio de Áscalon](#)^[1] (480 d.C. – 540 d.C.) atribui a [Platão](#)^[2] (427 a.C. – 346 a.C.) uma solução de índole mecânica do problema da inserção de dois meios proporcionais entre quaisquer dois segmentos de recta e, portanto, também do problema da duplicação do cubo^[3]. É duvidoso que tenha sido Platão o proponente desta solução do problema; mais provável é que ela seja da autoria de algum geómetra da [Academia](#)^[4].

O *esquadro de Platão* seria um instrumento constituído por três réguas, duas delas paralelas entre si e uma terceira perpendicular às anteriores, estando esta última fixada a uma das primeiras, mas permitindo a deslocação da outra numa calha. Portanto, duas das réguas seriam fixas, enquanto que a outra deslizaria paralelamente a si mesma.

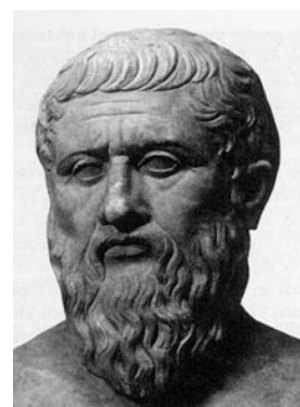
Suponha-se que se pretendem construir dois meios proporcionais entre dois segmentos de recta dados, α e β . Consideram-se duas rectas perpendiculares r e s ,

intersectando-se num ponto O , e marcam-se dois pontos A e B sobre r e s , respectivamente, de tal modo que $\overline{OA} = \alpha$ e $\overline{OB} = \beta$.

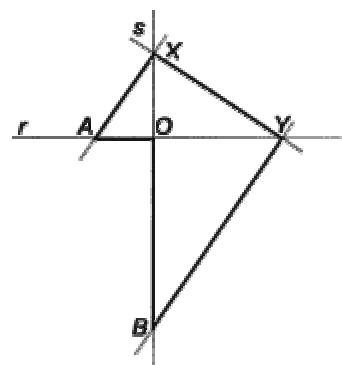
De seguida, tenta ajustar-se o esquadro de Platão à figura, de modo a que as duas réguas paralelas passem por A e B e os pontos em que elas encontram a outra régua, X e Y , estejam sobre as rectas s e r , respectivamente. Deste modo, obtêm-se três triângulos, $[AOX]$, $[XOY]$ e $[YOB]$, semelhantes entre si. Portanto,

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OX}} = \frac{\overline{OX}}{\overline{OY}} = \frac{\overline{OY}}{\overline{OB}}.$$

Portanto, os segmentos de recta $[OX]$ e $[OY]$ são os dois meios proporcionais entre $[AO]$ e $[OB]$. Em particular, se $[OB]$ for o dobro de $[AO]$ então $[OX]$ é a aresta do cubo cujo volume é o dobro do volume do cubo de aresta $[AO]$.



Platão
(427 a.C - 347 a.C)



Retirado de HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, Maria Fernanda Estrada, **Carlos Correia de Sá**, João Filipe Queiró, Maria do Céu Silva e Maria José Costa, Universidade Aberta, 2000, (Pág. 311-312)

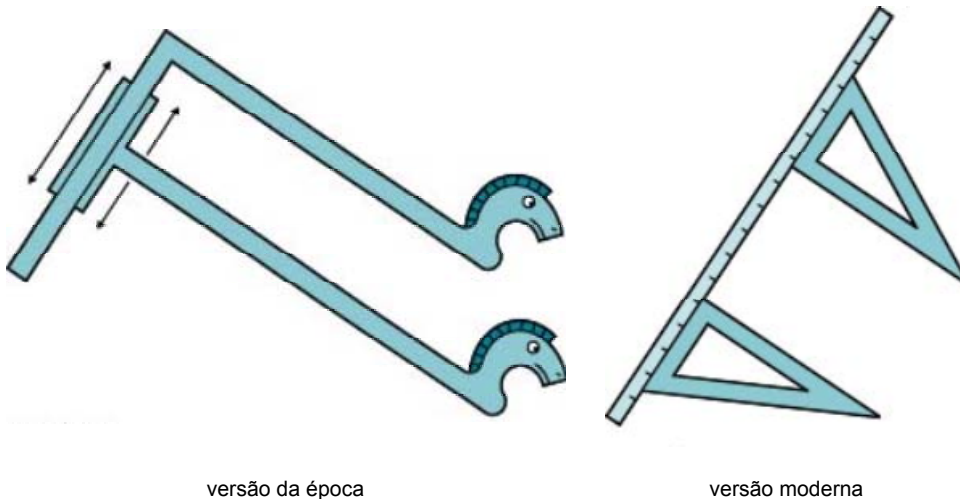
- [1] Matemático e comentador romano nascido em Ascalon, hoje Ashqelon, Palestina, importante pesquisador da obra de Arquimedes e de Apolônio. Embora não tenha feito qualquer trabalho original, a sua obra, como as de outros comentaristas, são fundamentais na história da matemática e muitos escritos importantes só sobreviveram devido ao trabalho desses comentaristas. Seus comentários são, portanto, inestimáveis do ponto de vista da natureza de informação histórica que, em caso contrário, estas informações originais estariam completamente perdidas.
- [2] Filósofo e matemático grego, provavelmente nascido em Atenas, fundador da Academia Ateniense, onde se reuniam ou para a qual afluíam os principais mestres e pesquisadores da época.
- [3] Um dos três problemas geométricos (trisseção do ângulo, duplicação do cubo e quadratura do círculo) que desafiaram o poder inventivo de inúmeros matemáticos e intelectuais, durante mais de dois mil anos, com início nos primeiros quatro séculos do período helénico (compreendido entre o século VI a.C. e o séc. V d.C.).
- [4] Akademia ou Hekademeia era originalmente um parque público, perto de Atenas, com alamedas e belas árvores, adornada com estátuas, templos e sepulcros de homens ilustres onde haviam sido plantadas oliveiras, onde Platão (cerca de 385 a.C.) fundou a Academia, um local de estudo e de ensino de filosofia e ciência, que já tem sido considerado a primeira universidade do mundo.

CÁLCULO DE RAÍZES CÚBICAS [5]

No séc. IV a.C., foi estabelecida empiricamente uma fórmula segundo a qual o diâmetro do feixe de uma corda elástica duma catapulta (em "dactyles", medida de comprimento antiga equivalente a um dedo) devia ser igual a 1,1 vezes a raiz cúbica do cêntuplo do peso do projectil a lançar (em "mines", medida de peso antiga entre 400 e 600 gramas).

O problema era então como calcular uma raiz cúbica.

Um matemático grego desconhecido resolveu este problema geometricamente, segundo os costumes da época, em que os números eram sobretudo interpretados como medidas de comprimento. Para isso, construiu um dispositivo mecânico constituído por duas barras paralelas, deslizando sobre uma outra perpendicular comum, de tal forma que se possa ajustar o seu afastamento



Modo de Funcionamento

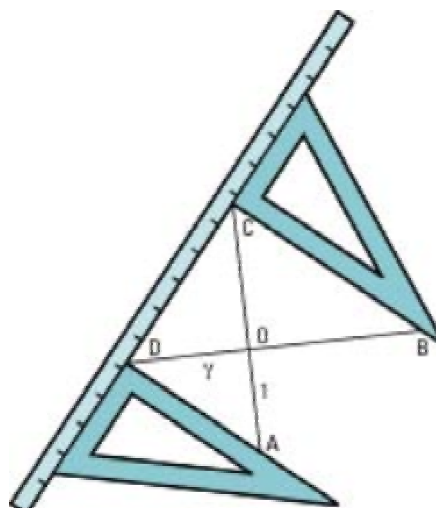
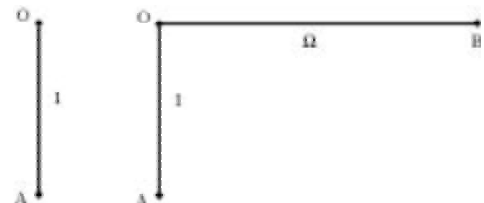
Seja Ω o número do qual se pretende saber a raiz cúbica.

Escolher uma unidade de comprimento adequada às dimensões da folha e do número.

Traçar um segmento [OA] de comprimento 1.

Traçar um segmento [OB] perpendicular a [OA], de comprimento Ω .

Colocar o dispositivo correctamente como indica a figura seguinte (não é muito fácil), e $\gamma = \sqrt[3]{\Omega}$.



Trabalho

IMPORTANTE

São apresentadas algumas sugestões, agrupadas por questão, que, eventualmente, podem ajudar a ultrapassar alguma dificuldade que vás encontrando ao longo da tua resolução.

Podem ser dadas algumas indicações que esclareçam o significado dos enunciados das questões. Se tiveres necessidade, solicita-as.

Nota: As Sugestões apenas estão disponíveis no documento HTML correspondente a esta Ficha de Trabalho, em:

<http://www.prof2000.pt/users/amma/af18/t5/FT-5.htm>

- A. Utiliza o método descrito para calcular uma aproximação de $\sqrt[3]{2}$ e de $\sqrt[3]{5,6}$.

Confronta as aproximações calculadas com as fornecidas pela calculadora.

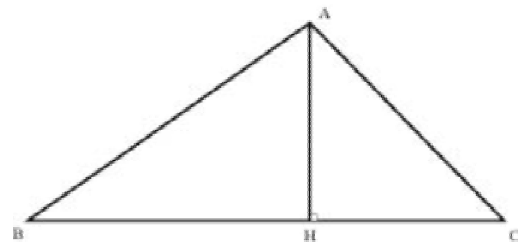
Sugestão A1	Sugestão A2	Sugestão A3	Sugestão A4
-------------	-------------	-------------	-------------

B. Justificação do processo

Começa por verificar que num triângulo [ABC] rectângulo em A, se verifica a relação $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$.

Aplica a relação anterior ao triângulo rectângulo [BCD] e em seguida ao triângulo [ACD]. (ver figura anterior)

Demonstra que $\gamma^3 = \Omega$.



Sugestão B1	Sugestão B2	Sugestão B3	Sugestão B4
-------------	-------------	-------------	-------------

C. Texto de Introdução ao Trabalho

Considerando agora o texto de Introdução ao Trabalho, mostra que $\frac{\overline{OA}}{\overline{OX}} = \frac{\overline{OX}}{\overline{OY}} = \frac{\overline{OY}}{\overline{OB}}$.

Justifica a seguinte afirmação:

Em particular, se [OB] for o dobro de [AO] então [OX] é a aresta do cubo cujo volume é o dobro do volume do cubo de aresta [AO].

Sugestão C1	Sugestão C2	Sugestão C3	Sugestão C4
-------------	-------------	-------------	-------------

- D. Faz um comentário sucinto ao teor dos dois textos apresentados nesta ficha de trabalho.

FIM

O Professor

[5] Adaptado de MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA, APM, Julho de 2001, pág. 75-76
Educação e Matemática n.º 27, 1993