

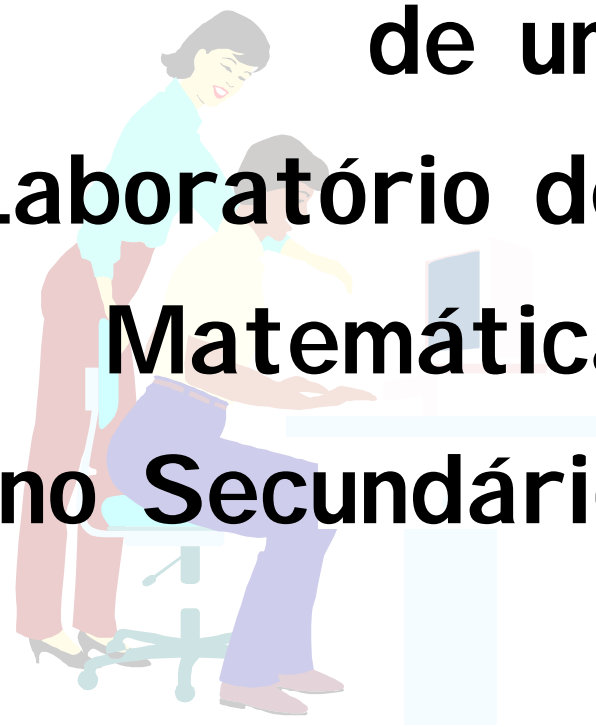
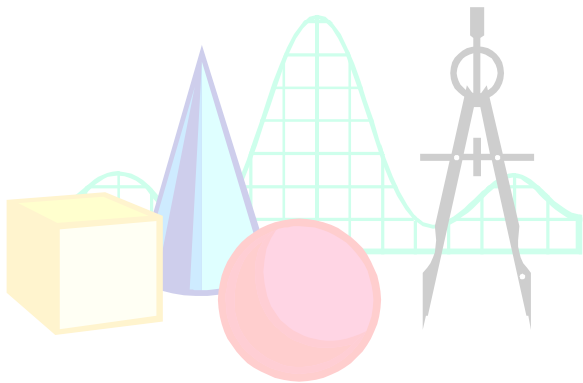
Projecto de Construção

de um

Laboratório de

Matemática

no Ensino Secundário



Escola Secundária [REDACTED]

Outubro de 1998

Sumário

PROJECTO DE CONSTRUÇÃO DE UM LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NO ENSINO SECUNDÁRIO	1
FUNDAMENTOS	1
<i>Introdução</i>	1
<i>Orientação metodológica do programa do ensino secundário</i>	3
<i>Recursos</i>	4
Tecnologia	5
Uso de calculadoras gráficas	6
Uso de computadores	7
Textos de matemática	7
<i>Gestão do programa</i>	8
<i>Desenvolvimento dos temas e indicações metodológicas</i>	9
10.º Ano	9
Geometria no Plano e no Espaço I	9
Funções e Gráficos	10
Desenvolvimento	11
Estatística	12
11.º Ano	13
Geometria no Plano e no Espaço II	13
Introdução ao Cálculo Diferencial I	13
Desenvolvimento	13
Sucessões	14
12.º Ano	14
Probabilidade e Combinatória	14
Introdução ao Cálculo Diferencial II	15
Trigonometria e Números Complexos	15
Desenvolvimento	15
Tema Geral – Lógica e Raciocínio Matemático	16
<i>Um programa para o ano 2000</i>	16
<i>Tendências internacionais</i>	18
<i>Coordenação com o 3.º ciclo</i>	19
<i>Apoio Pedagógico Acrescido</i>	20
OBJECTIVOS E FINALIDADES	20
AQUISIÇÃO DE EQUIPAMENTOS E MATERIAIS DIVERSOS	23

Projecto de Construção de um Laboratório de Matemática no Ensino Secundário

O Projecto de Construção de um Laboratório de Matemática na Escola Secundária [REDACTED], que o 1.º Grupo desta Escola submete a aprovação de V. Ex.ª, tem fundamento em princípios, indicações e directrizes constantes do Programa de Matemática do Ensino Secundário, de documentos submetidos a discussão pública e elaborados pela Equipa Técnica encarregada em 1995 de elaborar a proposta de Ajustamento dos Novos Programas de Matemática do Ensino Secundário e da Proposta da Comissão de Acompanhamento do Programa do Secundário (versão final, 97-08-02).

Os professores do 1.º Grupo desta Escola mostram-se entusiastas e dispostos a abraçar **ainda mais** um processo de inovação pedagógica no ensino da Matemática e comungam, na generalidade, com as Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática, constantes do relatório preliminar do Grupo de Trabalho Matemática 2001, da Associação de Professores de Matemática.

O trabalho que vamos ter pela frente será árduo... Em certos campos restritos e pessoais, os primeiros passos na construção e apreensão de alguns saberes importantes será, certamente, uma tarefa que implicará grande empenho e arrojo. Mas, não se aprende a andar, andando?...

A introdução curricular e extracurricular de aprendizagens assistidas por novos meios tecnológicos, no ensino da matemática, por materiais e modelos diversos, por novas estratégias e metodologias é inevitável. É também certo que os professores de Matemática desta Escola estão empenhados em prosseguir neste ritmo de mudança irreversível.

Para prosseguirmos neste andamento de mudança é agora também inevitável a obtenção quer de novos, quer de mais recursos e meios indispensáveis à prossecução destes objectivos. A construção do Laboratório de Matemática da Escola é uma tarefa premente e indispensável para continuar este ritmo de mudança e permitir maior satisfação dos professores e alunos da disciplina de Matemática.

Fundamentos

No sentido de proporcionar um acesso facilitado aos aspectos mais significativos dos princípios, indicações e directrizes constantes nos documentos acima referidos, opta-se pela transcrição de alguns deles nesta secção.

Introdução

Mais do que obter um bom desempenho em exercícios pré-definidos, ou a memorização de fórmulas, um dos objectivos centrais do ensino da Matemática no ensino secundário é conseguir que os alunos

desenvolvam uma compreensão profunda dos conceitos. Através desta compreensão os alunos serão capazes de conseguir o que se denomina como pensamento matemático avançado. Normalmente esta compreensão é conseguida após uma longa sequência de actividades de aprendizagem as quais promovem a interacção de uma grande variedade de processos mentais. A inclusão de actividades de tipo laboratorial é uma das vertentes fundamentais, como modo de conseguir qualidade na aprendizagem da Matemática no ensino secundário.

Muitos livros de texto de matemáticas superiores organizam o conhecimento matemático numa estrutura logicamente coerente, baseada na apresentação de um certo número de teoremas e algumas aplicações destes a determinados tópicos em Matemática. Embora esta seja uma forma de matematização extremamente importante, sabemos que a Matemática não foi criada nesta forma final polida, mas antes através de tentativa e erro, utilizando afirmações parcialmente correctas e incorrectas, através de formulações intuitivas, nas quais termos ambíguos e imprecisões foram introduzidos, recorrendo a diagramas que tentam apresentar visualmente as estruturas matemáticas em estudo, através de alterações dinâmicas destes diagramas, etc..

O ensino baseado apenas numa estrutura logicamente coerente que normalmente se inicia com a apresentação formal de axiomas, seguida por teoremas e terminando nalgumas aplicações matemáticas dos conceitos tem algumas vantagens. Permite uma estrutura de curso bem planeada e coerente, normalmente baseada na apresentação expositiva dos assuntos, cobrindo todos os temas relevantes de uma forma organizada. Tem infelizmente a desvantagem de ser inflexível na adaptação aos modos de ser e de pensar de cada estudante. Pode funcionar razoavelmente bem para alunos com uma forte inclinação para a Matemática, ou com professores excepcionais, que conseguem desenvolver nos seus alunos uma atitude problematizadora perante a Matemática, fomentando o aprofundamento dos tópicos matemáticos leccionados. Mas, para a maioria dos alunos que se destinam a cursos de ciências, engenharia e medicina, por exemplo, ou para os que não desejam prosseguir os estudos para além do ensino secundário, este sistema de ensino apenas produz uma aprendizagem centrada na memorização de umas quantas fórmulas, e procedimentos, a serem esquecidos após os exames de selecção para a universidade. Para alguns destes alunos o que resta da Matemática após o ensino secundário (ou mesmo do ensino superior) é apenas a recordação da sua função como instrumento de selecção.

É neste contexto que se torna importante a busca de alternativas didácticas. Uma das fontes para procurar ideias sobre como melhorar a compreensão dos alunos é estudar como é produzido o conhecimento matemático. Não existe muita informação sobre este tópico. Hadamard, por exemplo, bem como Poincaré, Einstein, sublinham a importância do raciocínio informal, do pensamento sem palavras, da imagética, de jogar com diversas ideias, etc..

Recomendações internacionais para o ensino da Matemática nesta faixa etária apontam para a valorização didáctica dos aspectos informais, como modo de obter um desempenho matemático formal num número significativo de alunos. Trata-se, em última análise, de entender a Matemática como uma actividade essencialmente humana, que incorpora, tal como todas as outras, a observação, a experimentação, a investigação e a descoberta como bases para uma reflexão mais abstracta. Existem diversas experiências em Portugal e no estrangeiro que permitem constatar alterações na qualidade das

aprendizagens quando é dada aos alunos a oportunidade de elaborarem visões formais da Matemática a partir da experimentação de ideias matemáticas.

É importante realçar que este tipo de actividades não corresponde a uma visão infantilizada da aprendizagem da Matemática. Trata-se antes do desenvolvimento de estratégias que permitam uma melhor qualidade das aprendizagens, através da incorporação de experiências matemáticas mais ricas. Processos como classificar, conjecturar, induzir, analisar, sintetizar, abstrair, ou formalizar aparecem naturalmente nos alunos mais dotados. No entanto, uma ênfase num ensino essencialmente expositivo e formalizado impede a esmagadora maioria dos nossos estudantes de os desenvolver. O recurso a abordagens laboratoriais é precisamente uma forma de conseguir uma aprendizagem matemática significativa.

Os laboratórios de Matemática constituem, pois, um meio privilegiado de permitir explorações de conceitos matemáticos. Neste contexto, os computadores e, mais recentemente, as calculadoras gráficas têm um papel fundamental a desempenhar possibilitando a passagem de experiências gráficas e numéricas iniciais para construções analíticas mais profundas, ou como ferramentas heurísticas, tal como o biólogo se serve do microscópio. Se a ferramenta for focada em fenómenos interessantes e estiver correctamente focada, pode apresentar uma perspectiva surpreendente, muitas vezes visual, conduzindo assim a novas ideias e ao reconhecimento de relações até então ignoradas. Embora no caso do investigador, estas ideias e relações poderem ser originais, no caso do aluno elas constituirão factos matemáticos bem conhecidos, mas, no entanto, serão novas para esse aluno, ou para a turma. Não são só os computadores e as calculadoras que podem ser utilizados como ferramentas matemáticas. Explorações com modelos geométricos desempenham funções semelhantes.

O papel do professor é, aqui, fundamental e assume aspectos diversificados. Deverá incentivar e valorizar as pequenas descobertas dos alunos. A experiência indica que os alunos necessitam que o professor sistematize os elementos obtidos experimentalmente, como por exemplo, chamando a atenção para regularidades. Cabe especificamente ao professor escolher uma sequência de ensino que torne os conceitos a aprender mais facilmente compreensíveis, bem como intervir no sentido de chamar a atenção para os aspectos mais abstractos, que não são directamente observáveis apenas através da experimentação.

Orientação metodológica do programa do ensino secundário

As finalidades e objectivos enunciados no programa do ensino secundário determinam que o professor, ao aplicar este programa, contemple equilibradamente:

- o desenvolvimento de atitudes;
- o desenvolvimento de capacidades;
- a aquisição de conhecimentos e técnicas para a sua mobilização.

Tendo como pressuposto ser o aluno agente da sua própria aprendizagem, propõe-se uma metodologia em que

- os conceitos são construídos a partir da experiência de cada um e de situações concretas;
- os conceitos são abordados sob diferentes pontos de vista e progressivos níveis de rigor e formalização;
- se estabelece maior ligação da Matemática com a vida real, com a tecnologia e com as questões abordadas noutras disciplinas, ajudando a enquadrar o conhecimento numa perspectiva histórico-cultural.

Neste contexto, destaca-se a importância das actividades a seleccionar, as quais deverão contribuir para o desenvolvimento do pensamento científico, levando o aluno a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar e ainda para o reforço das atitudes de autonomia e de cooperação.

Cabe ao professor, de acordo com a realidade da turma, encontrar o equilíbrio entre o número de trabalhos individual e de grupo (a realizar dentro e fora da aula), assim como o espaço para a sua intervenção: dinamizando, questionando, fazendo sínteses, facultando informação ...

O programa pretende dar continuidade, sem brusca mudança de nível, às aprendizagens realizadas no 3.º ciclo, agora coincidente com o ensino obrigatório, ajustando-se ao nível de desenvolvimento e de cultura dos alunos. Parte-se, quando possível, de problemas e situações experimentais para que, com o apoio na intuição, o aluno aceda gradualmente à formalização dos conceitos. São identificadas situações para estabelecer conexões entre os diversos temas de forma a proporcionar uma oportunidade de relacionar os vários conceitos, promovendo uma visão integrada da Matemática.

A utilização obrigatória da tecnologia que, além de ferramenta, é fonte de actividade, de investigação e de aprendizagem, pretende preparar os alunos para uma sociedade em que os meios informáticos terão um papel considerável na resolução de problemas de índole científica.

Recursos

A didáctica prevista para a Matemática no ensino secundário pressupõe a possibilidade de uso de materiais e equipamentos diversificados:

- Material de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor);
- Material para o estudo da Geometria no espaço (sólidos geométricos, construídos em diversos materiais: placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, plástico...);
- Quadro quadriculado e papel milimétrico;
- Meios audiovisuais (retroprojector, acetatos e canetas, diapositivos, vídeo, ...);
- Livros para consulta e manuais;
- Outros materiais escritos (folhas com dados estatísticos, fichas de trabalho, fichas de avaliação...). Prevê-se a possibilidade de recorrer a fontes para fornecimento de dados estatísticos (autarquias, clubes, hospitais, empresas, institutos, cooperativas,...);

- Calculadoras gráficas com possibilidade de introdução de um ou dois pequenos programas;
- Computador.

É considerado indispensável o uso de:

- calculadoras gráficas que desempenham uma parte das funções antes apenas possíveis num computador e que apresentam uma sofisticação crescente e preços cada vez mais acessíveis (para demonstrações com todos os alunos, calculadora com "view-screen");
- um computador ligado a um "data-show" para demonstrações, simulações ou trabalho na sala de aula com todos os alunos ao mesmo tempo.

Deve tender-se para a constituição nas Escolas Secundárias de **Laboratórios de Matemática** que integrem estes recursos e outros que se venham a revelar necessários.

Tecnologia

Nos *objectivos gerais* indica-se que o aluno deve ser capaz de:

- Interpretar fenómenos e resolver problemas recorrendo a funções e seus gráficos (conhecimentos)
- Expressar o mesmo conceito em diversas formas e linguagens (capacidades/aptidões)
- Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução (capacidades/aptidões)
- Formular generalizações a partir de experiências (capacidades/aptidões)

Não é possível atingir estes objectivos sem recorrer à dimensão gráfica, e essa dimensão só é plenamente atingida quando os alunos traçam uma grande quantidade e variedade de gráficos com apoio de tecnologia adequada (calculadoras gráficas e computadores).

Não se trata aqui de substituir o cálculo de papel e lápis pelo cálculo com apoio da tecnologia, mas, uma vez compreendidos os processos de cálculo envolvidos, os alunos devem saber tirar partido da tecnologia para os cálculos mais laboriosos. Na expressão feliz de Miguel de Guzmán, os alunos devem ser preparados para um "diálogo inteligente com as ferramentas que já existem".

O uso de tecnologia facilita ainda uma participação activa do aluno na sua aprendizagem como já era preconizado por Sebastião e Silva, quando escrevia no "*Guia para a utilização do Compêndio de Matemática*" que "haveria muitíssimo a lucrar em que o ensino ... fosse ... tanto quanto possível laboratorial, isto é, baseado no uso de computadores, existentes nas próprias escolas ou fora destas, em laboratórios de cálculo".

O aluno deve contudo ser confrontado, através de exemplos concretos, com os limites da tecnologia e, caso haja tempo, pode ser referido o problema da máquina de Turing, tal como o faz Ian Stewart quando aborda os limites da computabilidade no seu livro "*Os problemas da Matemática*".

Uso de calculadoras gráficas

Hoje já estão muito difundidas e a preços acessíveis as calculadoras gráficas que, além de serem também calculadoras científicas completíssimas, possuem capacidades de programação numa linguagem elementar, têm funções estatísticas e traçam gráficos estatísticos. Isto é, realizam todas as funções das calculadoras científicas e têm uma dimensão gráfica que nelas não estava presente. As calculadoras gráficas, que cada vez mais se utilizarão correntemente, devem ser entendidas não só como instrumentos de cálculo mas também como meios incentivadores do espírito de pesquisa. O seu uso é obrigatório neste programa.

Tal como indica Bert Waits no seu texto *The Power of Visualization in Calculus*(1992) e tendo em conta a investigação e as experiências realizadas até hoje, devem ser explorados com a calculadora gráfica os seguintes dez tipos de actividade matemática:

- Abordagem numérica de problemas;
- Uso de manipulações algébricas para resolver equações e inequações e posterior confirmação usando métodos gráficos;
- Uso de métodos gráficos para resolver equações e inequações e posterior confirmação usando métodos algébricos;
- Modelação, simulação e resolução de situações problemáticas;
- Uso de cenários visuais gerados pela calculadora para ilustrar conceitos matemáticos;
- Uso de métodos visuais para resolver equações e inequações que não podem ser resolvidas, ou cuja resolução é impraticável, com métodos algébricos;
- Condução de experiências matemáticas, concepção e testagem de conjecturas;
- Estudo e classificação do comportamento de diferentes classes de funções;
- Antevisão de conceitos do cálculo diferencial;
- Investigação e exploração de várias ligações entre diferentes representações para uma situação problemática.

Os alunos devem ter oportunidade de entender que aquilo que a calculadora apresenta no seu écran pode ser uma visão distorcida da realidade; além do mais, o trabalho feito com a máquina deve ser sempre confrontado com conhecimentos teóricos, assim como o trabalho teórico deve ser finalizado com uma verificação com a máquina. É importante que os alunos descrevam os procedimentos utilizados e aquilo que se lhes apresenta. Não é de admitir o uso da calculadora gráfica desligado de quaisquer considerações teóricas.

A calculadora vai permitir que se trabalhe com um muito maior número de funções em que diversas características, como os zeros e os extremos, não se podem determinar de forma exacta; estas funções são importantes pois aparecem no contexto da resolução de problemas aplicados. É muito importante desenvolver a capacidade de lidar com elementos de que apenas uma parte se pode determinar de

forma exacta; é importante ir sempre treinando os alunos na confrontação dos resultados obtidos com os conhecimentos teóricos; sem estes aspectos não se pode desenvolver a capacidade de resolver problemas de aplicações da matemática e a capacidade de analisar modelos matemáticos.

Com os cuidados referidos, e como experiências em Portugal e noutros países mostram, a calculadora gráfica dará uma contribuição positiva para a melhoria do ensino da Matemática.

Uso de computadores

O computador, pelas suas potencialidades, nomeadamente nos domínios da representação gráfica de funções e da simulação, permite actividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, pelo que constitui um valioso apoio a alunos e professores, devendo a sua utilização considerar-se obrigatória neste programa.

Os alunos devem ter oportunidade de trabalhar directamente com um computador, com a frequência possível de acordo com o material disponível.

Vários tipos de programas de computador são úteis e enquadram-se no espírito do programa. Programas de Geometria como o *Cabri-Géomètre*, de Cálculo Numérico e Estatístico com uma Folha de Cálculo, de Gráficos e demonstração como o *Funções* (Vitor Teodoro - editado pelo *ex-GEP*, disponível, tal como outros, no *DEP-GEF*), o *MicroCalc* (*Harley Flanders*), de Álgebra Computacional como o *DERIVE* ou o *Mathematica*, ou de simulação como os da série *Soft-Ciências* (editados pelas *SPF*, *SPQ* e *SPM*), fornecem diferentes tipos de perspectivas tanto a professores como a alunos. Outros programas começam igualmente a aparecer no mercado português.

Neste sentido recomenda-se enfaticamente o uso de computadores, tanto em salas onde os alunos poderão ir realizar trabalhos práticos, como em salas com condições para se dar uma aula em ambiente computacional, além do partido que o professor deve tirar como ferramenta de demonstração na sala de aula usando um data-show com retroprojector.

O trabalho com computadores deverá ainda ser explorado e desenvolvido em todos os trabalhos da *Área Escola* em que tal se proporcionar e ainda nas disciplinas de Informática constantes do currículo (como a *Introdução às Tecnologias da Informação*), em ligação com a disciplina de Matemática.

Textos de matemática

A Biblioteca da Escola deve ter um número razoável de textos de matemática. Os textos oficiais (Programas - vários exemplares -, publicações do *ex-GEP*, do *IIE*,...), as obras citadas nos programas oficiais, as obras de Sebastião e Silva, os livros da colecção *O prazer da Matemática* da Editora Gradiva, o "Jornal de Mathematica Elementar" e a "Galeria de Matemáticos" do *J.M.E.*, as publicações da *APM* e da *SPM* não devem faltar em qualquer biblioteca escolar. Logo que tal seja possível, as Escolas devem fazer-se sócios institucionais da *APM* e da *SPM*, para garantir a recepção regular de novas publicações. Livros escolares de outros países (em particular de Espanha, França, Inglaterra, Itália e Estados Unidos) e sobre História da Matemática ("*História Concisa da Matemática*" de Struik, "*História da matemática*" de C. Boyer, Ed. Edgard Blücher, "*Mathématiques au fil des âges*" - Ed. Gauthier-Villars, "*Histoire de*

Problèmes - Histoire des Mathématiques" - Ed. Ellipses dos IREM e "The History of Mathematics - A Reader", Open University) serão um manancial de ideias para trabalhar com os alunos.

Gestão do programa

O professor deve prever, desde o início do ano, momentos para o desenvolvimento de trabalhos individuais, trabalhos de grupo, trabalhos de projecto e actividades investigativas.

O programa de cada ano desenvolve-se por três grandes temas. O professor deve aproveitar todas as ligações entre os temas em cada ano e de cada ano com os anos anteriores, por forma que o aluno encare a Matemática como um todo integrado e não como um conjunto fragmentado em temas, ao mesmo tempo que possibilita a ampliação e consolidação de cada conceito, sempre que ele é retomado.

Inicia-se o 10.º ano com o estudo da Geometria no Plano e no Espaço, porque a Geometria é, por excelência, um tema formativo no sentido mais amplo do termo que, pela resolução de problemas apropriados desenvolve variadas capacidades, desde a observação ao raciocínio dedutivo, ao mesmo tempo que deixa perceber verdadeiras conexões entre os vários temas da Matemática, da Álgebra à Análise e à Estatística. É por isso que é tão importante, desde o início, trabalhar com a Geometria, tentando superar algumas (não todas necessariamente) eventuais dificuldades ou lacunas que os alunos tragam dos ciclos anteriores. Começar por este tema permite o desenvolvimento de capacidades de visualização e representação através de figuras que tão necessárias são para o estudo de todos os outros temas.

Os conteúdos de Estatística já abordados no terceiro ciclo do ensino básico permitem resolver as situações que os alunos podem ter de enfrentar em projectos suscitados pela *Área Escola*. Mas cabe ao professor decidir se é ou não oportuno aproveitar o tema de cada projecto em desenvolvimento e antecipar o estudo do tema de Estatística do 10.º ano ou para o leccionar sobre um molde de trabalho de projecto.

Sempre que o professor detectar nos alunos lacunas inultrapassáveis em temas de ciclos anteriores, deve desencadear mecanismos de remediação, como os previstos apoios pedagógicos acrescidos.

Em cada tema é importante encontrar-se um equilíbrio entre o desenvolvimento significativo dos conceitos, capacidades e aptidões e o domínio do cálculo. Do mesmo modo, a introdução da lógica, da linguagem matemática e simbólica, das formas de raciocínio científico (matemático e outros) deve aproveitar todas as oportunidades, impregnar o quotidiano da aprendizagem matemática, sem se transformar num conteúdo com valor em si mesmo. O grau de formalismo deve sempre ter em conta o nível de maturidade matemática dos alunos e deve surgir, se possível como necessidade, depois de o professor ter a certeza que o aluno apropriou verdadeiramente o conceito. Outro cuidado tem a ver com o uso da tecnologia: é preciso ter sempre presente que a "tecnologia" em si não está em causa como conteúdo de ensino, mas que são as aprendizagens que ela pode proporcionar que justificam o seu uso.

O professor deve ter como preocupação fundamental abordar e desenvolver, em cada ano, os variados tópicos do programa, pois eles fornecem métodos matemáticos diversificados e desempenham funções

diferentes todas imprescindíveis para, em conjunto, contribuírem para a formação integral do cidadão autónomo e livre. Nunca se deve valorizar um conteúdo de tal forma que se possa prejudicar irremediavelmente a formação em algum dos grandes temas ou no desenvolvimento de alguma das capacidades/aptidões reportadas na redacção das finalidades e dos objectivos gerais deste programa de ensino.

Desenvolvimento dos temas e indicações metodológicas

Há quem pense que se pode substituir o programa no seu todo pela lista de itens de conteúdo fornecidos no desenvolvimento dos diversos temas. Não é assim.

As indicações metodológicas que acompanham o desenvolvimento dos temas esclarecem as questões estratégicas da metodologia de ensino e do "fazer matemática", definem as formas de abordar os conteúdos, sugerem oportunidades de introduzir outros conceitos e de estabelecer conexões, de utilizar tecnologia, de experimentar, etc, e só por isso são importantes e imprescindíveis partes do programa a par dos conteúdos. Podemos mesmo dizer que a forma de aprender a fazer matemática é um conteúdo do ensino de Matemática.

Para além disso, as indicações metodológicas são importantes e imprescindíveis neste programa e têm de ser seguidas, porque é nelas que se estabelecem em pormenor, para além da forma de abordagem, a profundidade requerida e o rigor exigido nas formalizações dos conceitos e definições, para além do tipo de exercícios e actividades que podem ser propostos aos alunos. Nessas indicações metodológicas aparecem mesmo instruções no sentido de evitar certos tipos de exercícios que, desse modo, são excluídos do programa e não podem ser considerados. A repetição de exercícios rotineiros consome tempo precioso, necessário para a leccionação do programa, é desaconselhada também porque, da sua leccionação, resulta a desqualificação dos conceitos que pretendem consolidar.

Resumindo, cada conteúdo do ensino secundário de Matemática não está mais do que esboçado no desenvolvimento dos temas; para efeitos deste programa, as indicações metodológicas não são simples indicações e concorrem até para a definição dos conteúdos de ensino.

As indicações metodológicas, ao sugerir actividades e preocupações a ter, acabam por sugerir diversificação de tipos de instrumentos e de oportunidades de avaliação das aprendizagens.

10.º Ano

Geometria no Plano e no Espaço I

O ensino da Geometria reveste-se da maior importância devendo desenvolver no aluno uma intuição geométrica e um raciocínio espacial assim como capacidades para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, usar e aplicar a Matemática, formular e resolver problemas abstractos ou numa perspectiva de modelação matemática. Deve ainda desenvolver no aluno capacidades de organização e de comunicação quer oral quer escrita.

O professor deve no início da unidade propor aos alunos actividades que permitam recordar e ampliar os conhecimentos adquiridos no 3.º ciclo de modo a estabelecer uma boa articulação entre este ciclo e o ensino Secundário.

Tanto em geometria plana como em geometria do espaço todo o ponto de vista axiomático é excluído devendo a prática com as figuras ter um papel central e decisivo no ensino das noções matemáticas que estão em jogo. O professor deve propor actividades de construção, de manipulação de modelos e ligadas a problemas históricos fazendo surgir a partir do problema e do caminho que se faz para a sua resolução uma grande parte dos resultados teóricos que pretende ensinar ou recordar.

A exploração de programas adequados no computador pode ajudar eficazmente o aluno a desenvolver a percepção dos objectos do plano e do espaço.

Devem explorar-se sempre que possível as conexões da Geometria com outras áreas da Matemática e o seu desenvolvimento deve prolongar-se noutros temas.

O professor pode propor ao aluno actividades com poliedros (entre outros, estudar os cinco sólidos de Platão: cubo, tetraedro, octaedro, icosaedro, dodecaedro). Partindo dos seus modelos podem ser estudadas as propriedades dos polígonos que constituem as suas faces. É importante que os alunos recordem as definições dos triângulos, quadriláteros e polígonos usuais e com base nestas descubram e verifiquem novas propriedades. Os alunos devem ser capazes de desenhar exemplos representativos de cada quadrilátero bem como dos polígonos regulares.

As actividades devem estar ligadas à manipulação de modelos geométricos e o professor deve insistir para que o aluno exprima correctamente os seus raciocínios, oralmente e por escrito, através de pequenas composições. Também se pretende que os alunos realizem pequenas investigações.

Com os sólidos usuais, pretende-se que o aluno fique a saber desenhar representações planas destes, descrever a intersecção de um desses sólidos por um plano dado e saber construir e desenhar uma representação da intersecção obtida, utilizando as regras da perspectiva cavaleira (o aluno deve começar por modelar a situação por exemplo com sólidos de arestas, com sólidos transparentes ou de qualquer outro modo sugestivo). Devem ser estudadas as propriedades do polígono obtido como secção.

O professor deve propor ao aluno actividades que o levem a sentir a necessidade e vantagem do uso de um referencial, quer no plano quer no espaço. O professor pode fornecer figuras e/ou um referencial numa grelha e pedir a colocação da figura ou do referencial para obter as melhores coordenadas experimentando com várias figuras no plano e no espaço.

Será vantajoso que o professor aproveite os problemas com que iniciou a unidade, recorrendo aos modelos já utilizados para fazer aparecer as novas noções (referencial, coordenadas, vectores, ...) levando o aluno a justificar determinadas proposições por mais de um processo.

Funções e Gráficos

Os conhecimentos sobre funções, indispensáveis para a compreensão do mundo em que vivemos, vão ser ampliados com base no estudo numérico e gráfico devendo privilegiar o trabalho intuitivo com

funções que relacionam variáveis da vida corrente, da Geometria, da Física, da Geografia ou de outras disciplinas.

Este tema tem um ênfase muito grande na ligação entre as fórmulas e as representações geométricas. Esta ligação é muito importante para todos os que utilizarem matemática. A capacidade de as relacionar é uma capacidade fundamental para o mundo de hoje e do futuro e assim este tema deverá fornecer uma formação para a vida toda tão básica como a tabuada.

Para todos os tipos de funções devem ser dados exemplos a partir de questões concretas (tanto de outras áreas da matemática como os constantes em livros de Física, Química, Geografia, Economia, etc., em recortes de jornais). Particular importância deverá ser dada a situações problemáticas, situações de modelação matemática e a exemplos ligados com o trabalhos da Área-Escola e com a Geometria, devendo retomar-se alguns exemplos estudados no tema anterior. Os alunos devem reconhecer que o mesmo tipo de função pode constituir um modelo de diferentes tipos de situações problemáticas.

Os alunos devem sempre traçar um número apreciável de funções tanto manualmente em papel quadriculado ou papel milimétrico como usando calculadora gráfica ou computador.

Experimentando com a calculadora gráfica ou computador, os alunos devem observar que podem ser apresentadas diferentes representações gráficas de um mesmo gráfico, variando as escalas da representação gráfica.

Quando for usada a calculadora gráfica os alunos devem explorar claramente os diversos comportamentos. Os alunos devem saber evitar conclusões apressadas e devem ser incentivados a elaborar conjecturas em função do que se lhes apresenta mas devem ser sistematicamente treinados na análise crítica de todas as suas conclusões.

Os alunos devem determinar pontos notáveis (como intersecção com os eixos coordenados) e extremos de forma aproximada (com uma aproximação definida *a priori*) a partir do gráfico traçado na calculadora gráfica ou computador.

No estudo de polinómios os alunos devem trabalhar tanto com polinómios do tipo $3x^3 + x^2 + 5$ em que o trabalho será numérico e gráfico e em que para ter uma informação satisfatória são precisos dois gráficos, como devem trabalhar com polinómios do tipo $x^3 + x^2 - 3x + 1$, em que por tentativas é possível encontrar uma raiz (neste caso 1) e, depois de usar a regra de Ruffini, reduzir a um polinómio de grau inferior.

Um aluno deverá registar por escrito as observações que fizer ao usar a calculadora gráfica ou outro material, descrevendo com cuidado as propriedades constatadas e justificando devidamente as suas conclusões relativamente aos resultados esperados (para desenvolver o espírito crítico e a capacidade de comunicação matemática).

Desenvolvimento

- Estudo intuitivo tanto a partir de um gráfico particular como usando calculadora gráfica de propriedades das funções e dos seus gráficos (domínio, contradomínio, pontos notáveis,

monotonia, continuidade, extremos (relativos e absolutos), simetrias em relação ao eixo dos YY e à origem, limites nos ramos infinitos) e análise dos efeitos das mudanças de parâmetros nos gráficos das funções (considerando a variação para cada parâmetro separadamente) para as seguintes funções:

- i) Funções quadráticas; estudo a partir da família de funções definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ e a partir dos zeros e do sinal do trinómio $ax^2 + bx + c$;
 - ii) função módulo; estudo da família de funções definidas por $f(x) = a|bx + c| + d$;
 - iii) funções definidas por dois ou mais ramos (cujo domínio é um intervalo ou união de intervalos).
- Estudo gráfico de inequações envolvendo polinómios com recurso à calculadora gráfica ou a partir de uma decomposição em factores do polinómio, usando uma tabela de variação de sinais. Os alunos devem verificar que obtiveram o resultado esperado usando o outro método, ou usando propriedades conhecidas.
 - Estudo de transformações simples de funções (tanto usando papel e lápis como calculadora gráfica): dada a função f tanto a partir de um gráfico como a partir de uma expressão analítica, esboçar o gráfico das funções definidas por $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = af(x)$, $y = f(ax)$, $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$, com a positivo ou negativo, descrevendo o resultado recorrendo a linguagem geométrica.

Estatística

Algumas das noções que se tratam nesta unidade já foram abordadas no 3.º ciclo é por isso possível em qualquer altura reinvestir nestes conhecimentos e completá-los progressivamente. Assim, o professor pode, se o considerar vantajoso, tratar este tema de uma forma descontínua ao longo do ano, nomeadamente sob a forma de trabalho de projecto.

Este tema fornece uma excelente oportunidade para actividades interdisciplinares, individualmente ou em grupo, devendo o professor ao definir o plano de trabalho com os alunos incentivá-los a recorrer ao computador. No final, os alunos devem interpretar e comunicar os resultados à turma fazendo uma análise crítica e estando conscientes que modos diferentes de apresentar as conclusões podem alterar a mensagem.

Os alunos poderão ainda obter a recta de regressão na calculadora gráfica e em seguida verificar que passa pelo centro de gravidade.

11.º Ano

Geometria no Plano e no Espaço II

A calculadora facilitará o estudo da Trigonometria e permitirá que o tempo seja dedicado à compreensão dos conceitos e às aplicações ligadas a problemas reais, reduzindo-se o ênfase em exercícios de cálculo.

A continuação do estudo da Geometria com a noção de produto escalar e suas aplicações ligada à resolução de problemas deve permitir ao aluno melhorar as suas capacidades de visualização e representação aumentando a sua intuição geométrica.

Devem continuar a explorar-se as ligações da Geometria aos outros conteúdos. Os conhecimentos adquiridos nesta unidade devem mostrar ao aluno como a linguagem das coordenadas e dos vectores lhe fornece novos utensílios para resolver problemas já abordados noutras perspectivas.

Devem propor-se aos alunos problemas variados ligados a situações concretas onde apliquem métodos trigonométricos (problemas ligados a sólidos, a moldes, à navegação, à topografia, históricos,...) de modo a que o aluno se aperceba da importância da trigonometria para as várias Ciências. As calculadoras permitem que o aluno se preocupe menos com os cálculos e mais com a compreensão do problema.

Não é de excluir uma breve referência aos *seno* e *co-seno* como funções reais de variável real e aos gráficos destas funções trigonométricas.

O ensino deve dedicar a maior ênfase à análise e interpretação de figuras quer planas quer tridimensionais pois o aluno para resolver problemas da vida corrente ou relacionados com áreas da engenharia, arquitectura,... precisa de usar intuição e raciocínios geométricos.

Introdução ao Cálculo Diferencial I

Com o estudo numérico e gráfico de novas funções - racionais e envolvendo radicais - aplicam-se os conhecimentos do 10.º ano relativos a funções. Tal como no 10.º ano privilegiam-se funções que relacionam variáveis com significado concreto.

Valem aqui indicações metodológicas semelhantes às dadas para o Tema II - Funções e Gráficos do 10.º ano, pelo que não serão repetidas.

A resolução de equações e inequações fraccionárias apenas deve aparecer num contexto de resolução de problemas, por exemplo, ligados ao estudo de gráficos ou de modelação matemática.

Desenvolvimento

- Estudo intuitivo tanto a partir de um gráfico particular, como usando calculadora gráfica de propriedades das funções e dos seus gráficos (domínio, contradomínio, pontos notáveis, monotonia, continuidade, extremos (relativos e absolutos), simetrias em relação ao eixo dos YY e à origem, assíntotas, limites nos ramos infinitos) e análise dos efeitos das mudanças de

parâmetros nos gráficos das funções (considerando a variação para cada para cada parâmetro separadamente) para as seguintes funções:

i) funções racionais definidas por $f(x) = a + \frac{b}{cx + d}$;

ii) funções definidas por dois ou mais ramos (cujo domínio é um intervalo ou união de intervalos).

- Uso da calculadora para uma aproximação experimental da noção de limite, de $-\infty$ e $+\infty$.
- Resolução de problemas envolvendo as funções anteriores e as estudadas em anos anteriores, tanto sob os aspectos analíticos como numéricos e gráficos.

Sucessões

Este assunto permite também, com facilidade e vantagens, a utilização intensiva de calculadoras.

Os estudantes podem utilizar livremente a calculadora para procurar responder aos problemas que lhes são propostos e devem procurar formas próprias de organização e expressão para a modelação das situações. O professor deve explorar o uso da calculadora e deve ajudar a construir tabelas, a desenhar e a interpretar gráficos. Só depois de serem experimentadas variadas redacções, devem ser introduzidas as redacções simbólicas consagradas. As redacções simbólicas devem então ser testadas com exercícios rápidos.

Depois de se terem introduzido as noções de sucessão como função de variável natural, de ordem, de termo geral, etc., podem apresentar-se exemplos de sucessões definidas pelo seu termo geral e, utilizando a calculadora gráfica, através de cálculos e representações gráficas de sequências de termos chegar aos conceitos de infinitamente grande, de infinitamente pequeno, de limite de uma sucessão.

12.º Ano

Probabilidade e Combinatória

As probabilidades fornecem conceitos e métodos para estudar casos de incerteza e para interpretar previsões baseadas na incerteza. Este estudo, que pode ser em grande parte experimental, fornece uma base conceptual que capacita para interpretar, de forma crítica, toda a comunicação que utiliza a linguagem das probabilidades, bem como a linguagem estatística.

As técnicas de contagem que aqui aparecem como auxiliar do cálculo de probabilidades constituem uma aprendizagem significativa por si só, especialmente se desenvolverem mais as capacidades do raciocínio combinatório e as conexões matemáticas e menos a aplicação das fórmulas.

Considera-se ainda que o tema das Probabilidades constitui uma boa oportunidade para a introdução de uma axiomática, uma das formas de organizar uma teoria matemática.

Finalmente, qualquer destes assuntos é bom para prosseguir objectivos de trabalho em aspectos da História da Matemática.

Todo o trabalho deve iniciar-se pela realização de experiências aleatórias (frequências relativas e probabilidades). Os estudantes devem ser levados a elaborar formas de registo "legíveis" para os resultados das suas experiências que podem ser partilhadas em grupo. As experiências e o estudo de situações (em particular dos jogos) devem ser aproveitadas para dinamizar discussões de tipo científico, bem como o trabalho cooperativo.

Pascal, Tartaglia e Laplace são exemplos "interessantes" para realizar incursões na história dos conceitos matemáticos, na vida dos matemáticos, nas ligações da Matemática com outros ramos de saber e actividade. Deve ser referido que muitos resultados de contagens já eram conhecidos anteriormente noutras civilizações (o triângulo de Pascal era conhecido na China vários séculos antes de Pascal).

Introdução ao Cálculo Diferencial II

Os alunos devem experimentar numericamente e graficamente a relação entre os limites no infinito da exponencial, da potência e dos logaritmos.

Os alunos poderão realizar trabalhos individuais ou em grupo de História do Cálculo Diferencial referindo o trabalho de alguns matemáticos como Fermat, Newton, Leibniz, Berkeley, Anastácio da Cunha, Bolzano, Cauchy, etc.. Uma referência obrigatória é a de José Anastácio da Cunha; com esse pretexto referir um pouco de história da Matemática em Portugal desde o tempo dos descobrimentos até à actualidade.

Os problemas de optimização devem ser escolhidos de uma forma a que um aluno trabalhe de uma forma tão completa quanto possível a modelação. É uma boa oportunidade para discutir com os alunos o processo de modelação matemática e a sua importância no mundo actual.

Trigonometria e Números Complexos

A introdução dos complexos deve ser ancorada em pequena abordagem histórica, do ponto de vista dos problemas/escolhos que foram aparecendo no desenvolvimento dos estudos matemáticos. Os estudantes podem realizar trabalhos sobre a extensão do conceito de número e sobre problemas de resolubilidade algébrica, quer do ponto de vista histórico, quer do ponto de vista da sua experiência com anteriores desenvolvimentos.

Devem ser exploradas a multiplicação por i e as diversas operações ligadas a outras realidades matemáticas - vectores, operações com vectores, transformações geométricas.

A resolução e a interpretação das soluções de condições em z , devem ajudar a compreender a utilidade dos diversos sistemas de representação analítica.

Desenvolvimento

- Estudo intuitivo tanto a partir de um gráfico particular, como usando calculadora gráfica de: domínio, contradomínio, período, pontos notáveis, monotonia, continuidade, extremos (relativos e

absolutos), simetrias em relação ao eixo dos YY e à origem, assíntotas, limites nos ramos infinitos.

Tema Geral – Lógica e Raciocínio Matemático

A organização da heurística de Polya (de Guzmán, ou outra) para a resolução de problemas deve aparecer aos alunos após a resolução de vários problemas (abstractos, por exemplo com conjuntos, ou envolvendo aplicações) e depois dos alunos discutirem os procedimentos usados. Elas servirão como pano de fundo organizacional do pensamento para atacar os problemas, de modo a que os alunos não esqueçam qualquer fase importante. É importante que os estudantes se apercebam da necessidade de um plano, e que, sem que eles abandonem a criação dos seus próprios estilos de organização e a experiência já existente, compreendam que o conhecimento destas heurísticas vai permitir melhorá-los. Estas organizações de pensamento são úteis para todos os aspectos da vida e não só para a Matemática.

A introdução e o desenvolvimento destes temas é facilitador do "desenvolvimento da linguagem e do simbolismo para comunicar ideias matemáticas" de modo que os alunos "reflectam sobre, e clarifiquem, o seu pensamento matemático no que diz respeito às noções e relações matemáticas, formulem definições matemáticas e expressem generalizações descobertas através de investigações, expressem as noções matemáticas oralmente e por escrito, ... façam perguntas de clarificação e de desenvolvimento relacionadas com assuntos matemáticos que leram ou ouviram falar e apreciem a economia, o poder e a elegância da notação matemática bem como o seu papel no desenvolvimento das ideias matemáticas." Estamos em crer que estes temas, incluídos em experiências variadas, são facilitadores de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, pelas oportunidades de formular e testar conjecturas e analisar contra-exemplos, de avaliar a validade de raciocínios e de construir demonstrações.

Deve ser discutido com os alunos o processo de modelação matemática e a sua importância no mundo actual. Este tema deverá ser abordado o mais tardar a propósito dos problemas de optimização no 12.º ano.

Um programa para o ano 2000

Os alunos que terminarem o Ensino Secundário no ano 2000 utilizarão, em princípio, o actual ajustamento de programas. É uma antecedência imensa esta em que teremos de prever que formação matemática irão esses alunos necessitar na sua vida escolar e profissional posterior.

Que orientação seguir?

José Sebastião e Silva já afirmava que "**A modernização do ensino da Matemática terá de ser feita não só quanto a programas, mas também quanto a métodos de ensino**" (*Guia para a utilização do compêndio de Matemática*, 1.º vol.). E concretizava:

O professor deve abandonar, tanto quanto possível, o método expositivo tradicional, em que o papel dos alunos é quase cem por cento passivo, e procurar, pelo contrário, seguir o método activo, estabelecendo diálogo com os alunos e estimulando a imaginação destes, de modo a conduzi-los, sempre que possível, à redescoberta. (*Guia para a utilização do Compêndio de Matemática*, 1.º vol.)

Ensinar matemática sem mostrar a origem e a finalidade dos conceitos é como falar de cores a um daltónico: é construir no vazio. Especulações matemáticas que, pelo menos de início, não estejam solidamente ancoradas em intuições, resultam inoperantes, não falam ao espírito, não o iluminam. (*Guia para a utilização do compêndio de Matemática*)

A meu ver são principalmente o sentido crítico e a autonomia mental as qualidades que um professor de matemática se deve esforçar por desenvolver nos seus alunos. (*Texto sobre Bento de Jesus Caraça, DL, 25/6/1968*)

Um dos objectivos fundamentais da educação é, sem dúvida, criar no aluno hábitos e automatismos úteis, como, por exemplo, os automatismos de leitura, de escrita e de cálculo. Mas trata-se aí, manifestamente, de *meios*, não de *fins*. ("*Guia para a utilização do compêndio de Matemática*", 2.º/3.º vol., pg. 10-11)

Os alunos não precisam, em geral, de ser investigadores, mas precisam de ter espírito de investigação. Intuição, experiência, lógica indutiva, lógica dedutiva - todos estes meios se alternam constantemente na investigação científica, numa cadeia sem fim em que é difícil destrinçar uns dos outros. ("*Guia para a utilização do compêndio de Matemática*", 2.º/3.º vol., pg. 107-111)

O professor não deve forçar a conclusão: deve deixá-la formar-se espontaneamente no espírito do aluno. ("*Guia para a utilização do compêndio de Matemática*", 1.º vol., pg. 70)

Se não houver tempo - o que é bem provável - podem-se omitir as demonstrações. O que importa, por enquanto, são as intuições: essas de modo nenhum devem faltar, (...) ("*Guia para a utilização do compêndio de Matemática*", 2.º/3.º vol., pg 81)

Assiste-se a uma convergência de opiniões favoráveis aos novos programas, globalmente considerados. Se quase todos entendem que se deve manter a abordagem metodológica proposta no texto dos programas em vigor, já a concretização destes princípios tem criado mais problemas. Efectivamente tal é um aspecto de muito difícil concretização e que por isso deve merecer toda a nossa atenção.

Na *Orientação Metodológica dos novos programas do Ensino Secundário* é afirmado que "Tendo como pressuposto ser o aluno agente da sua própria aprendizagem, propõe-se uma metodologia em que:

- os conceitos são construídos a partir da experiência de cada um e de situações concretas;
- os conceitos são abordados segundo diferentes pontos de vista e progressivos níveis de rigor e formalização;
- se estabelece maior ligação da Matemática com a vida real, com a tecnologia e com as questões abordadas noutras disciplinas e que enquadra o conhecimento numa perspectiva histórico-cultural."(pg. 32)

E mais adiante:

"A utilização obrigatória da calculadora que, além de ferramenta, é fonte de actividade, de investigação e de aprendizagem, (...) A resolução de problemas, meio privilegiado para desenvolver o espírito de pesquisa, deve contemplar, além de situações do domínio da Matemática, outras, da Física, da Economia, da Geografia,... (...) o aluno será solicitado frequentemente a justificar processos de resolução, a encadear raciocínios, a confirmar conjecturas, a demonstrar fórmulas e alguns teoremas. "(pg. 32)

Mas o problema principal tem sido: como passar das boas intenções à prática? Como dizia uma pessoa no seu parecer: "*Quem dera que essa alteração seja feita de modo que os professores passem a ensinar matemática, e não técnicas de cálculo, e que os alunos passem a gostar de aprender matemática e possam sentir nessa aprendizagem alguma utilidade significativa e não apenas um obstáculo que têm de vencer para fazer o 12.º ano e entrar no ensino superior*".

A opinião generalizada é que a maioria dos princípios enunciados nas Orientações Metodológicas não se reflectia no programa propriamente dito. É por essa razão que mereceu a atenção especial por parte da Equipa Técnica **a clareza dos objectivos enunciados e sua relação com as novas metodologias propostas**. Tivemos como objectivo plasmar as Orientações Metodológicas na listagem dos temas do programa propriamente dito.

Tendências internacionais

As Orientações Metodológicas apontadas nos Novos Programas e que se integram nas propostas inovadoras de José Sebastião e Silva, estão de acordo com as tendências internacionais que personalidades e instituições vêm defendendo para o Ensino da Matemática.

Temos de salientar em primeiro lugar o texto do Prof. Miguel de Guzmán que se encontra publicado no Boletim da SPM n.º 25 de Março de 1993, intitulado "Tendencias inovadoras en educacion matemática".

O maior movimento a nível internacional em prol da melhoria do ensino da matemática deu-se recentemente nos Estados Unidos com a publicação das "Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar" da iniciativa do NCTM, a maior Associação de Professores de Matemática dos Estados Unidos, obra que se encontra editada em Portugal pela APM e pelo IIE. É de salientar que este documento, que constitui um verdadeiro programa de matemática para todos os anos do ensino não superior, recebeu o apoio explícito da AMS-American Mathematical Society, ASA-American Statistics Association, MAA-Mathematical Association of America, SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics, as quatro maiores Associações Científicas de Matemática dos Estados Unidos.

Os mais recentes programas de Inglaterra são ainda mais ambiciosos em termos de metodologias do que os novos programas portugueses, mas não se pode esquecer que em Inglaterra existe uma muito maior tradição de inovação no ensino da matemática. O documento "Mathematics in the National Curriculum" do "Welsch Office" do "Department for Education" com data de Janeiro de 1995, que define

os programas que entrarão em vigor entre Agosto de 1995 e Agosto de 1997, divide o programa dos 10.º/11.º anos em 5 grandes temas:

- Usando e aplicando a matemática
- Números
- Álgebra (expressões, equações, inequações, gráficos)
- Forma, espaço e medidas
- Tratamento de dados

A título de exemplo eis uma recomendação retirada de cada um destes temas:

Usando e aplicando a matemática: "Explicar e analisar a escolha de abordagens para resolver problemas estabelecidos em contextos ou áreas da matemática que são novas para eles [os alunos]"

Números: "compreender e usar proporções directas e inversas"

Álgebra: "interpretar e aplicar a transformação de funções no contexto da sua representação gráfica, incluindo $y = f(x + a)$, $y = f(kx)$ e $y = f(x) + a$, aplicados a $y = f(x)$.

Forma, espaço e medidas: "aplicar métodos vectoriais simples na resolução de problemas"

Tratamento de dados: "compreender quando e como estimar probabilidades condicionais"

É ainda definido como objectivo horizontal: "Os alunos devem ter oportunidade de aplicar o seu conhecimento, compreensão e capacidades para resolver problemas de crescente complexidade num grande leque de contextos." É repetidamente recomendado o uso de calculadoras e computadores, de forma a desenvolver equilibradamente "métodos de resolução sem calculadora e com calculadora".

Pensamos pois que as Orientações Metodológicas definidas nos Novos Programas, e que se pretendem reforçar e clarificar nesta proposta de Ajustamento, vão na direcção certa.

Coordenação com o 3.º ciclo

Apesar de o programa de Matemática para o 3.º ciclo ser relativamente extenso, o Ministério não prevê um ajustamento desse programa. Temos assim de partir do princípio que irá ser cumprido na sua maior parte (a experiência indica que a parte mais prejudicada será a Geometria).

Para que fique claro exactamente que conhecimentos se pressupõe serem conhecidos do 3.º ciclo, no início de cada capítulo aparecem indicados os pré-requisitos de cada capítulo.

Contudo, por variadas razões, os alunos poderão não ter cumprido alguma parte do programa do 3.º Ciclo, ou revelar dificuldades especiais nalgum capítulo (na medida em que poderão ter tido nota negativa a Matemática no 9.º ano). Para esses alunos recomendamos enfaticamente que sejam utilizadas horas do Apoio Pedagógico acrescido para colmatar as suas lacunas e dar garantias de sucesso em Matemática a partir do 10.º ano.

Apoio Pedagógico Acrescido

O Apoio Pedagógico Acrescido deve ser utilizado com os alunos que dele precisam. É óbvio que estão nessas condições os alunos que reprovaram a Matemática no 9.º ano, ou que tendo obtido aprovação revelam deficiências consideráveis. Estes alunos, se fizerem um esforço razoável, poderão na sua maioria obter um aproveitamento aceitável. Para isso é preciso que a Escola faça alguma coisa por eles. Deve ser feito o diagnóstico das suas dificuldades o mais cedo possível, eventualmente logo no final do 9.º ano. No início do 10.º ano deve ser definido um plano de acção em que fique claro o que a Escola vai fazer pelos alunos e aquilo que a Escola espera deles para que possam obter sucesso. Assim, os alunos seriam integrados em turmas normais e teriam desde o início um acompanhamento suplementar de um certo número de horas semanais em grupos mais ou menos pequenos. É evidente que será necessário gastar algum tempo a pensar, a diagnosticar dificuldades e a conceber alternativas (que não sejam simplesmente mais do mesmo, nem longas listas de exercícios). É fundamental que a escola dê sinais inequívocos de se interessar pelo destino dos alunos. O plano definido deveria ser avaliado periodicamente (em princípio trimestralmente) devendo ser eventualmente reformulado onde se considerar necessário.

Do mesmo modo se deveria proceder para os alunos que concluírem o 10.º e o 11.º ano com dificuldades, devendo desde o início do ano lectivo seguinte ser preparado um plano de recuperação adequado no âmbito do Apoio Pedagógico Acrescido que co-responsabilize professores e alunos envolvidos.

É muito importante a procura de formas imaginativas de recuperar as dificuldades reveladas pelos alunos; não parece muito eficaz que o APA se limite a fornecer horas suplementares para fazer mais exercícios, mais ou menos rotineiros; devem ser experimentadas formas variadas, por exemplo na forma de trabalhos de projecto ou de salas de estudo, podendo desenvolver-se materiais específicos; convinha que esses materiais e as experiências tidas com eles fossem devidamente divulgadas para que outros professores pudessem ter mais sugestões sobre como proceder em situações semelhantes.

Objectivos e finalidades

Morris Kline (1973) no seu livro *"O Fracasso da Matemática Moderna"*, falava já de um Laboratório de Matemática, não apenas para os alunos, mas também para os professores: *"O professor poderia servir-se de material de laboratório para construir demonstrações, ou os próprios estudantes poderiam usá-lo trabalhando juntos em pequenos grupos. Conquanto a ideia de um Laboratório de Matemática não seja nova, pouco se tem prestado suficiente atenção à invenção de dispositivos hábeis e úteis. Esse esplêndido auxiliar pedagógico tem sido negligenciado."*

Os professores precisam encontrar novas formas de motivar os seus alunos e de trabalhar com a matemática na sala de aula. É claro, que o Laboratório não aparece com "fórmulas" e "receitas" prontas. Ao contrário, é um espaço de muitos estudos e discussões a respeito do ensino da matemática, pois as actividades desenvolvidas com os alunos devem ser adequadas à realidade de cada escola.

Os alunos anseiam por uma matemática mais viva, que fale a sua linguagem, ou seja, que seja de acordo com sua realidade e ligada ao seu quotidiano. É preciso facultar novas experiências aos alunos e proporcionar outras condições de aprendizagem.

No entanto, percebe-se ainda, que o Laboratório não auxilia apenas os alunos, mas também os professores, pois leva-os a reflectir sobre a sua acção, a sua metodologia, os seus conceitos matemáticos. Ainda, o professor pode dispor de maior tempo para dedicar-se aos estudos, pois o material, em grande parte das vezes, já está construído e à disposição dos educadores, não precisando ser confeccionado.

Mas, o Laboratório de Matemática não se restringe apenas a uma sala, a adquirir recursos didácticos ou reunir peças para a confecção de jogos. Antes de tudo, é uma proposta sobre o ensino da Matemática comparando como auxílio nesse processo de ensino-aprendizagem considerando a realidade dos alunos, suas experiências e seus interesses.

No sentido da prossecução das finalidades, objectivos e indicações metodológicas constantes do Programa de Matemática do Ensino Secundário e não descurando a possibilidade de alargamento ao Ensino Básico, enumeram-se de seguida alguns dos objectivos pretendidos com a construção do Laboratório de Matemática:

- Facultar uma prática pedagógica com situações de trabalho variadas, valorizando tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e que diversifiquem as formas de interacção em aula, criando oportunidades de discussão entre os alunos, de trabalho de grupo e de trabalho de projecto.
- Facultar uma prática pedagógica que utilize situações de trabalho que envolvam contextos diversificados (nomeadamente situações da realidade e da História da Matemática) e a utilização de materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos na aprendizagem, nomeadamente, materiais manipuláveis, calculadoras e computadores.
- Facultar ao apoio pedagógico acrescido a utilização de recursos e de estratégias diversificadas de ensino-aprendizagem, valorizando a consideração de métodos diferenciados de trabalho de forma a corresponder melhor às necessidades e interesses dos alunos que os frequentam.
- Disponibilizar ao aluno um maior número de recursos para a “SALA de APOIO”, modalidade de apoio pedagógico que consiste em ter à sua disposição um professor para esclarecer-lhe dúvidas havidas em aula, ou fruto do seu trabalho individual ou em grupo.
- Incrementar a orientação da área-escola para uma maior interdisciplinaridade e realização de trabalhos de projecto, de forma a ter um papel mais significativo na concretização do projecto educativo da escola.
- Valorizar o trabalho extra-curricular, promovendo-se a participação de professores e alunos em projectos e actividades de carácter cultural como clubes, dias e semanas da Matemática, jornais

de Matemática, exposições e concursos de problemas e de actividades de investigação, no quadro do projecto pedagógico do grupo de Matemática da escola.

- Facultar e promover a utilização de fontes diversificadas na preparação das actividades lectivas, incluindo livros, revistas, relatórios de experiências e outros materiais obtidos de centro de recursos e da Internet.
- Incrementar as práticas lectivas colaborativas entre os professores da mesma escola e entre os professores dos vários níveis de ensino do mesmo território educativo ou com interesses afins.
- Equipar a escola com recursos diversificados para o ensino-aprendizagem da Matemática, incluindo material didáctico, software, livros e revistas, etc., assim como com recursos tecnológicos específicos para a sua actividade, nomeadamente, entre outros, calculadoras, computadores e equipamentos multimédia.
- Facultar uma sala (específica) de trabalho para os professores de Matemática da escola.
- Facultar oportunidades de auto-formação que favoreçam o envolvimento dos professores de Matemática em torno de actividades que correspondam às suas efectivas necessidades e interesses.
- Promover um acervo de material pedagógico adequado ao ensino de Matemática e consolidar um espaço de vivência e criação de novos materiais pedagógicos para o ensino de Matemática.
- Despertar a curiosidade e interesse dos alunos pela Matemática, envolvendo alunos e professores em torno do desenvolvimento de diversas actividades que promovam o estabelecimento de um clima de pesquisa científica e de experimentação, fugindo, quando necessário, das preocupações formais de conteúdos e notas.
- Facultar novas experiências aos alunos e proporcionar outras situações de aprendizagem, descobrindo assim novos conceitos matemáticos e criando caminhos diferentes para solucionar um mesmo problema, objectivando ainda o desenvolvimento de cidadãos autónomos, criativos e críticos.
- Constatar, no quotidiano escolar, a matemática que o aluno utiliza no seu dia-a-dia, dentro e fora da escola, através da observação constante do professor.
- Incentivar o aluno a criar e querer mais.
- Promover a ajuda mútua, que desenvolve a observação e a participação.
- Explorar o pensamento do aluno e procurar novos caminhos, a fim de alcançar os objectivos educacionais.
- Facultar a aplicação da matemática nas diversas áreas do conhecimento, promovendo simulações de problemas de forma concreta e modelação matemática.
- Facultar a utilização de artefactos, de novos recursos didácticos e tecnológicos por forma a levar o aluno a descobrir a solução do problema de maneira criativa, utilizando e assimilando os conceitos

matemáticos que o solucionam, minimizando assim as dificuldades na aprendizagem da matemática.

- Permitir a capacidade do aluno aplicar a sua lógica e a sua selecção de recursos na resolução de problemas, elaborando estratégias pessoais para a resolução destes, estabelecendo estimativas e analisando a coerência dos resultados e conclusões.
- Despertar o interesse do aluno para a Matemática, através de actividades experimentais.
- Possibilitar ao aluno o reconhecimento da inter-relação entre os vários campos da matemática e desta com outras ciências.

Aquisição de equipamentos e materiais diversos

O Laboratório de Matemática deve dispor de um conjunto significativo de livros, revistas e textos que possam ser consultados e/ou utilizados pelos alunos e professores.

As calculadoras gráficas justificam-se pelo facto de nem todos os alunos terem calculadora, ser vantajoso trabalhar, por vezes, com toda a turma com calculadoras iguais e disponibilizar calculadoras para os professores poderem requisitar durante um período de tempo. O computador portátil justifica-se, nesta fase, uma vez que pode facilmente ser levado para uma qualquer sala. Este material tecnológico é referido, no Programa de Matemática do Ensino Secundário, como indispensável.

A Geometria é o primeiro tema a ser tratado no 10.º ano. Muitos dos materiais adequados ao tratamento deste tema podem ser construídos por alunos e professores, pelo que será recomendado prever alguma verba.

Tendo em conta a realidade concreta da escola, os seus projectos e disponibilidade financeira, a listagem de materiais será periodicamente (todos os anos) actualizada.

Indica-se a seguir o equipamento recomendado para a instalação do Laboratório de Matemática na Escola Secundária

#	Descrição	Editor	Vendedor	Preço unitário	Total
10	Computadores multimédia			270.000,00 Esc.	2.700.000,00 Esc.
1	Computador portátil			600.000,00 Esc.	600.000,00 Esc.
10	Microsoft Office 97 (Microsoft Estudante 2.1)	Microsoft		26.898,00 Esc.	268.980,00 Esc.
10	Microsoft Windows 98 (Microsoft Estudante 2.1)	Microsoft		12.039,00 Esc.	120.390,00 Esc.
1	Linha RDIS	TELECOM	TELECOM	15.000,00 Esc.	15.000,00 Esc.
1	Placa RDIS 64/128K (PCI)			30.000,00 Esc.	30.000,00 Esc.
1	Net Pac RDIS	TELECOM		9.000,00 Esc.	9.000,00 Esc.
1	ZIP 100 Mb Externa Porta paralela	lomega		30.000,00 Esc.	30.000,00 Esc.
2	Impressoras tipo HP720C			65.000,00 Esc.	130.000,00 Esc.
1	Impressora Led Personal Page Printer (tipo OKIPAGE 4W)			60.000,00 Esc.	60.000,00 Esc.

1	Regravador CRW (tipo HP CD Writer 8100I)			79.900,00 Esc.	79.900,00 Esc.
1	Scanner de mesa (tipo HP SCANNER 4100C)			39.900,00 Esc.	39.900,00 Esc.
1	Projector de vídeo			850.000,00 Esc.	850.000,00 Esc.
1	Retroprojector tipo 3M 9700			234.000,00 Esc.	234.000,00 Esc.
1	Quadro cerâmico face simples (branco) 120cmx250cm			57.000,00 Esc.	57.000,00 Esc.
1	Mesa de retro projecção (tipo Modelo CLASSIC)			19.300,00 Esc.	19.300,00 Esc.
1	Mesa de TV/Vídeo (tipo Modelo FIRST)			23.400,00 Esc.	23.400,00 Esc.
1	Mesa Multimédia			65.500,00 Esc.	65.500,00 Esc.
1	Projector de diapositivos (tipo Paximat 250 EAF)			70.200,00 Esc.	70.200,00 Esc.
1	Mesa de Projecção Telescópica (tipo Modelo ELEVA)			14.650,00 Esc.	14.650,00 Esc.
1	Câmara de Mesa Portátil (tipo Flexcam Teaching)			187.200,00 Esc.	187.200,00 Esc.
1	Ecrã de Projecção de suspensão mural 240cmx240cm (tipo AWB SB 008)			77.200,00 Esc.	77.200,00 Esc.
1	Ecrã de Projecção de tripé 180cmx180cm (tipo PROJECTA PRO TB 005)			45.600,00 Esc.	45.600,00 Esc.
1	Televisor 72 cm (tipo Sony KV - 29E1)			284.900,00 Esc.	284.900,00 Esc.
1	Gravador de Vídeo (tipo SONY SLV-820)			110.000,00 Esc.	110.000,00 Esc.
1	The Geometer's Sketchpad (Licença para 10 utilizadores)		APM	85.000,00 Esc.	85.000,00 Esc.
1	Registo do Graphmatica for Windows			5.000,00 Esc.	5.000,00 Esc.
1	Microsoft Encarta	Microsoft		9.000,00 Esc.	9.000,00 Esc.
1	Enciclopédia Universal Multimédia	Texto Editora		9.900,00 Esc.	9.900,00 Esc.
1	CD-Rom para o Ensino das Ciências (Soft Ciências)	Soft Ciências		5.000,00 Esc.	5.000,00 Esc.
1	Ângulos - Trigonometria no computador	Soft Ciências		1.500,00 Esc.	1.500,00 Esc.
1	FX Interface (CASIO)	CASIO	Beltrão Coelho	11.115,00 Esc.	11.115,00 Esc.
1	Analizador de Dados EA-100	CASIO	Beltrão Coelho	39.312,00 Esc.	39.312,00 Esc.
1	KIT RM 9850G com 15 calculadoras CFX 9850 GB plus	CASIO	Beltrão Coelho	269.100,00 Esc.	269.100,00 Esc.
3	Armários			30.000,00 Esc.	90.000,00 Esc.
1	Estante			50.000,00 Esc.	50.000,00 Esc.
1	Adaptação da Sala TO6 para Laboratório de Matemática			50.000,00 Esc.	50.000,00 Esc.
1	Dicionário da Língua Portuguesa			6.000,00 Esc.	6.000,00 Esc.
1	Dicionário Ilustrado de Matemática Elementar	JME	JME	2.150,00 Esc.	2.150,00 Esc.
2	Colecção das 4 "Brochuras de Matemática para o Secundário"	EME		4.125,00 Esc.	8.250,00 Esc.
1	Normas para o currículo e a avaliação em Matemática	NCTM	APM	2.100,00 Esc.	2.100,00 Esc.
1	Normas profissionais para o ensino da Matemática Escolar	NCTM	APM	2.100,00 Esc.	2.100,00 Esc.
1	Geometria em múltiplas perspectivas	NCTM	APM	850,00 Esc.	850,00 Esc.
1	Images of Infinity	Replicação	APM	2.170,00 Esc.	2.170,00 Esc.
1	Pascal's Triangle	Replicação	APM	1.950,00 Esc.	1.950,00 Esc.
1	História Concisa das Matemáticas	Gradiva	Gradiva	2.940,00 Esc.	2.940,00 Esc.
1	Conceitos Fundamentais da Matemática - Bento de Jesus Caraça	Gradiva		3.000,00 Esc.	3.000,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - 100 Jogos Lógicos	Gradiva		1.680,00 Esc.	1.680,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - 100 Jogos Geométricos	Gradiva		1.575,00 Esc.	1.575,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - 100 Jogos Numéricos	Gradiva		1.575,00 Esc.	1.575,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - A Caixa de Pandora da Matemática	Gradiva		1.680,00 Esc.	1.680,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Actividades Matemáticas	Gradiva	APM	1.990,00 Esc.	1.990,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Ah, Apanhei-te	Gradiva		2.205,00 Esc.	2.205,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Ah, Descobri	Gradiva		2.205,00 Esc.	2.205,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - As Enigmáticas Aventuras do Dr. Ecco	Gradiva		2.205,00 Esc.	2.205,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Aventuras Matemáticas	Gradiva		1.890,00 Esc.	1.890,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Círculos Viciosos e Infinito	Gradiva		1.575,00 Esc.	1.575,00 Esc.

1	O Prazer da Matemática - Códigos, Enigmas e Conspirações	Gradiva		2.520,00 Esc.	2.520,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Contos com Contas	Gradiva		1.575,00 Esc.	1.575,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Dicionário de Números Curiosos e Interessantes	Gradiva		2.205,00 Esc.	2.205,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Jogos, Conjuntos e Matemática	Gradiva		2.205,00 Esc.	2.205,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Mais Actividades Matemáticas	Gradiva		2.205,00 Esc.	2.205,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Matemáquinas	Gradiva		2.415,00 Esc.	2.415,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Matemática, Magia e Mistério	Gradiva	APM	1.260,00 Esc.	1.260,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - O Festival Mágico da Matemática	Gradiva		2.415,00 Esc.	2.415,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Puzzles com Fósforos	Gradiva		1.575,00 Esc.	1.575,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Rodas, Vida e Outras Diversões Matemáticas	Gradiva		2.415,00 Esc.	2.415,00 Esc.
1	O Prazer da Matemática - Uma Paródia Matemática	Gradiva		1.750,00 Esc.	1.750,00 Esc.
1	Os Problemas da Matemática	Gradiva		2.835,00 Esc.	2.835,00 Esc.
1	A Experiência Matemática	Gradiva		3.570,00 Esc.	3.570,00 Esc.
1	Flatland/O País Plano	Gradiva		1.680,00 Esc.	1.680,00 Esc.
1	Objectos Fractais	Gradiva		2.700,00 Esc.	2.700,00 Esc.
1	Viva a Matemática - Enigmas Matemáticos	Gradiva		2.100,00 Esc.	2.100,00 Esc.
1	Viva a Matemática - Labirintos Matemáticos	Gradiva		1.575,00 Esc.	1.575,00 Esc.
1	Viva a Matemática - Vamos Contar	Gradiva		2.100,00 Esc.	2.100,00 Esc.
1	Viva a Matemática - Viva a Matemática!	Gradiva		2.100,00 Esc.	2.100,00 Esc.
1	Desafios 1: um ano de problemas no PÚBLICO	Afrontamento	APM	1.500,00 Esc.	1.500,00 Esc.
1	Desafios 2: 52 problemas no PÚBLICO	Afrontamento	APM	1.500,00 Esc.	1.500,00 Esc.
1	Desafios 3: 52 problemas no PÚBLICO	Afrontamento	APM	1.800,00 Esc.	1.800,00 Esc.
1	Desafios 4: Problemas e Histórias da Matemática no PÚBLICO	Afrontamento	APM	1.800,00 Esc.	1.800,00 Esc.
1	Desafios 5: Problemas e Histórias da Matemática no PÚBLICO	Afrontamento	APM	1.800,00 Esc.	1.800,00 Esc.
1	Aprender a Matemática - Pensar a Realidade	Texto Editora		1.750,00 Esc.	1.750,00 Esc.
1	Dados e Homens - Vídeo Educativo/Matemática	Edições ASA		10.333,00 Esc.	10.333,00 Esc.
1	Projectos na Sala de Aula - Tese de Paulo Abrantes	APM	APM	3.400,00 Esc.	3.400,00 Esc.
1	Assinatura da revista Educação&Matemática	APM		6.500,00 Esc.	6.500,00 Esc.
1	Computadores no Ensino da Matemática - 1996	APM	APM	850,00 Esc.	850,00 Esc.
1	Investigar para Aprender Matemática	APM-MPT	APM	1.100,00 Esc.	1.100,00 Esc.
1	Quem é Quem na Investigação Matemática - 1994	APM	APM	350,00 Esc.	350,00 Esc.
1	Viagem de Ida e Volta - 1988	APM	APM	280,00 Esc.	280,00 Esc.
1	Renovação do Currículo da Matemática	APM	APM	400,00 Esc.	400,00 Esc.
1	A Matemática na Vida das Abelhas - 1997	APM	APM	500,00 Esc.	500,00 Esc.
1	A Trigonometria está Viva - 1992	APM	APM	350,00 Esc.	350,00 Esc.
1	Calculadoras na Educação Matemática: Actividades - 1989	APM	APM	500,00 Esc.	500,00 Esc.
1	Estatística no 3.º Ciclo do Ensino Básico - 1993	APM	APM	1.000,00 Esc.	1.000,00 Esc.
1	Geometria na 3.º Ciclo - 1996	APM	APM	1.000,00 Esc.	1.000,00 Esc.
1	O Geoplano na Sala de Aula - 1996	APM	APM	1.000,00 Esc.	1.000,00 Esc.
1	Pavimentar com Ladrilhos - 1995	APM	APM	300,00 Esc.	300,00 Esc.
1	Pentaminós: Materiais e Actividades - 1996	APM	APM	1.500,00 Esc.	1.500,00 Esc.
1	Só Problemas - 1991	APM	APM	400,00 Esc.	400,00 Esc.
1	Só Problemas II - 1993	APM	APM	600,00 Esc.	600,00 Esc.
1	Aventura no País da Matemática	APM	APM	750,00 Esc.	750,00 Esc.
1	Dominós (conj. de 7)	APM	APM	5.000,00 Esc.	5.000,00 Esc.
1	Placas para Pavimentar (conj. de 7)	APM	APM	2.100,00 Esc.	2.100,00 Esc.
4	Puzzle "Teorema de Pitágoras" (6 peças)	APM	APM	250,00 Esc.	1.000,00 Esc.

4	Puzzle "Teorema de Pitágoras" (9 peças)	APM	APM	250,00 Esc.	1.000,00 Esc.
2	Placas de Pentaminós	APM	APM	400,00 Esc.	800,00 Esc.
1	Ensinar Matemática, concepções e práticas	APM	APM	1.570,00 Esc.	1.570,00 Esc.
1	Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de Matemática	APM	APM	1.200,00 Esc.	1.200,00 Esc.
1	O tipo de escrita da língua materna e a sua influência na aprendizagem da Matemática	APM	APM	1.100,00 Esc.	1.100,00 Esc.
1	O computador na aprendizagem da geometria	APM	APM	1.760,00 Esc.	1.760,00 Esc.
1	Avaliação da aprendizagem num contexto de inovação curricular	APM	APM	2.800,00 Esc.	2.800,00 Esc.
1	A aprendizagem da trigonometria num contexto de aplicações e modelação com recurso da folha de cálculo	APM	APM	2.200,00 Esc.	2.200,00 Esc.
1	O computador no ensino da Matemática: uma contribuição para o estudo das concepções e práticas dos professores	APM	APM	2.200,00 Esc.	2.200,00 Esc.
1	Ensinar geometria no 3.º ciclo do ensino básico	APM	APM	1.520,00 Esc.	1.520,00 Esc.
1	A aprendizagem de funções num ambiente computacional com recurso a diferentes representações	APM	APM	1.520,00 Esc.	1.520,00 Esc.
1	A aprendizagem da Geometria em ambientes computacionais dinâmicas	APM	APM	1.950,00 Esc.	1.950,00 Esc.
1	O Cabri-Géomètre na resolução de problemas	APM	APM	2.100,00 Esc.	2.100,00 Esc.
1	Ferramentas Computacionais na Modelação Matemática	APM	APM	1.000,00 Esc.	1.000,00 Esc.
1	Desenvolvimento Profissional dos Professores de Matemática: Que Formação?	APM	APM	1.000,00 Esc.	1.000,00 Esc.
1	Matemática e Realidade: Que Papel na Educação e no Currículo?	APM	APM	1.000,00 Esc.	1.000,00 Esc.
1	A Informática no Quotidiano	Gradiva	APM	1.420,00 Esc.	1.420,00 Esc.
1	Pense num Número	Gradiva	APM	1.570,00 Esc.	1.570,00 Esc.
1	Estatística para Todos	Gradiva	APM	1.750,00 Esc.	1.750,00 Esc.
1	Labirintos Matemáticos	Gradiva	APM	1.180,00 Esc.	1.180,00 Esc.
1	Vamos Contar	Gradiva	APM	1.570,00 Esc.	1.570,00 Esc.
1	O Sonho de Descartes: O Mundo Segundo a Matemática	Ed.Dif.Cultural	APM	3.250,00 Esc.	3.250,00 Esc.
1	A Divergência entre a Avaliação Contínua e os Exames Nacionais de Matemática	IIE	IIE	1.500,00 Esc.	1.500,00 Esc.
1	A Integração dos Media nas Práticas Educativas	IIE	IIE	1.000,00 Esc.	1.000,00 Esc.
1	Actividades Matemáticas na Sala de Aula	Texto Editora		1.500,00 Esc.	1.500,00 Esc.
1	Matemática - Dicionário Elementar	Texto Editora		1.750,00 Esc.	1.750,00 Esc.
1	A Aventura da Descoberta - Clube de Matemática	Edições ASA		2.250,00 Esc.	2.250,00 Esc.
2	D0559 - Poliedros AREAL	AREAL	AREAL	6.000,00 Esc.	12.000,00 Esc.
6	D1611 - Tangram	AREAL	AREAL	1.280,00 Esc.	7.680,00 Esc.
2	D4482 - Geoplano Quadrado Transparente	AREAL	AREAL	1.300,00 Esc.	2.600,00 Esc.
2	D4481 - Geoplano Circular Transparente	AREAL	AREAL	850,00 Esc.	1.700,00 Esc.
6	Jogos de Cartas - Frações equivalentes	Liv. Tio Papel		1.500,00 Esc.	9.000,00 Esc.
6	Jogos de Cartas - Números negativos	Liv. Tio Papel		1.500,00 Esc.	9.000,00 Esc.
6	Jogos de Cartas - Polinómios	Liv. Tio Papel		1.500,00 Esc.	9.000,00 Esc.
	IVA Incluído			TOTAL	6.805.642,00 Esc.