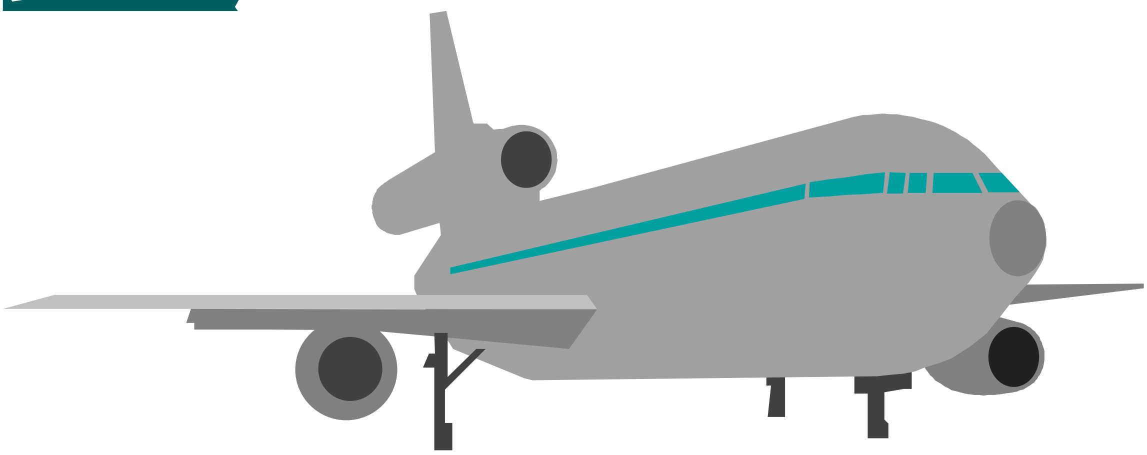
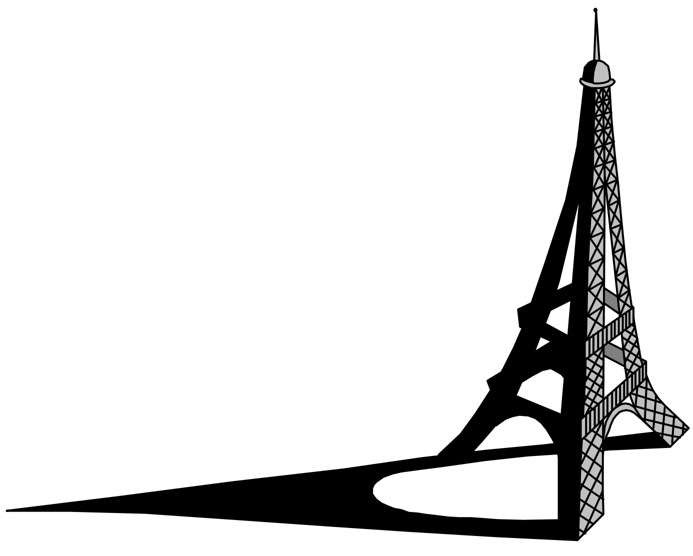
Da Europa à América, e volta





António Manuel Marques do Amaral
LAMEGO
1998

António Manuel Marques do Amaral

Urbanização da Ortigosa, Bloco 11 - 2.º Esq.

5100 LAMEGO

e-mail: mop16940@mail.telepac.pt

Sócio da APM n.º 2218

José Paulo Viana,

A revista desta vez chegou mais cedo.

A altura agora é de aperto, mas a questão até foi gira.

Os cinco ficheiros do Modellus devem ser copiados para o directório C:\MODELLUS\AIRSKY, para que o modelo funcione convenientemente. A resolução usada foi 1024×768 e a password é: **amma**

Entre outros infortúnios e a pouca disponibilidade, não fui capaz de fazer parar os aviões no aeroporto de regresso. Aliás, tenho tido imensa dificuldade em controlar os modelos usando comandos *If*. Tenho procurado documentação, mas ainda não descobri um processo eficiente.

Com os melhores cumprimentos,

António Amaral

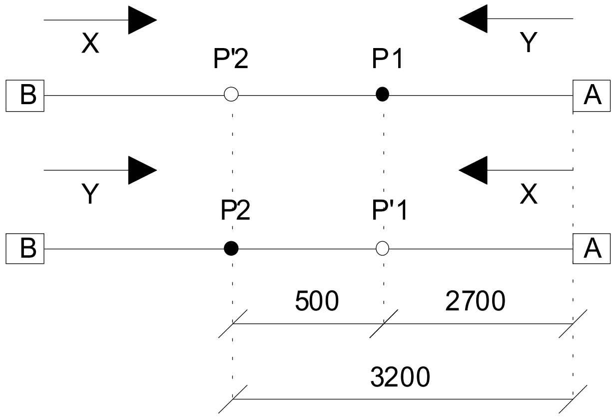
Conteúdo dos ficheiros ZIP

AIRSKY.DOC	Ficheiro do Word 97 com o presente documento
AIRSKY.MDL	Ficheiro do Modellus v1.0 (Internacional) ed. Port.
AVIAO-DE.BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
AVIAO-ED.BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
LIB.BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
TORRE.BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus

O registo das caixas negras

Se os dois aviões são iguais, fazem a mesma paragem de 2 horas e voam as mesmas distâncias em ambos os sentidos em igualdade de circunstâncias, então os dois aviões demoram o mesmo tempo a regressar ao aeroporto de partida. Como partem exactamente no mesmo instante, regressam também exactamente no mesmo instante. Esta característica acontecerá independentemente do tempo comum de paragem, portanto, se quisermos simplificar o enunciado, poderemos considerar que não há paragem.

Quando se cruzam a primeira vez (P1) estão a 2700 quilómetros de um dos aeroportos. Designemos esse aeroporto por A e por X o avião ao qual falta percorrer essa distância até chegar a A. (Isto é, consideremos que X parte de B e Y parte de A)



Quando se cruzam a segunda vez (P2) estão agora a 3200 quilómetros do mesmo aeroporto A. Significa, portanto, que nesse instante os aviões X e Y têm o mesmo tempo para chegar aos aeroportos de partida (respectivamente B e A).

Se os aviões viajassem a velocidades iguais durante a totalidade da viagem, encontrar-se-iam a meio do percurso, quer na ida, quer na vinda, isto é, P1 e P2 coincidiriam com o ponto médio de [AB].

Como isso não aconteceu, então em relação a metade da distância que separa os dois aeroportos será:
Até os aviões se cruzarem na ida, o avião X andou a mais a distância que o Y andou a menos; No regresso e depois de se cruzarem, o avião Y andará a mais a distância que o avião X terá de andar a menos.

Esta última afirmação não parece assim tão óbvia. Então, repare-se:

Reproduzidos os registos das caixas negras de trás para a frente (os dois aviões partiam de ré ao mesmo tempo e cruzavam-se em P2), constata-se que a última situação referida é idêntica à primeira, só que agora os aviões estão trocados. Portanto, $\overline{P2B} = \overline{AP1}$ e $\overline{P2A} = \overline{BP1}$.

Logo, a distância entre os aeroportos é de $(2700 + 500 + 2700)$ 5900 quilómetros.

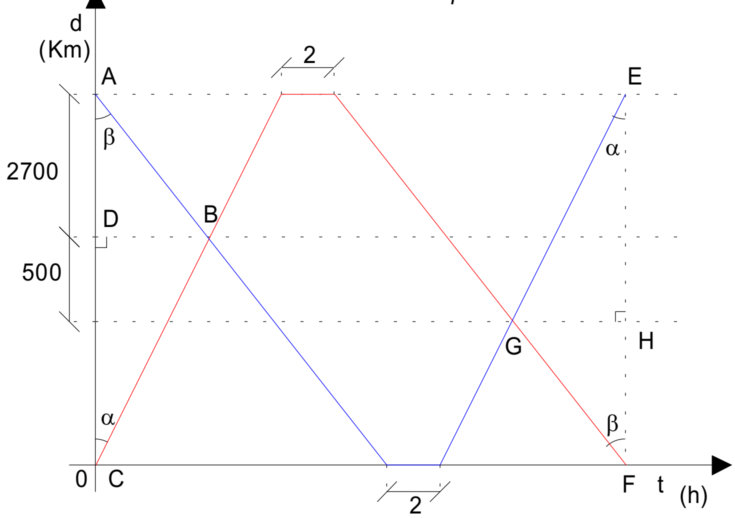
(Na ida e até se encontrarem, o avião X andou 500 quilómetros a mais que o avião Y; no regresso e depois de se encontrarem, o avião Y andou também 500 quilómetros a mais que o X.)

Palavras para quê

Reconhecendo a igualdade dos triângulos [ABC] e [EFG], que [BD] e [GH] são alturas desses triângulos relativas a lados correspondentes, conclui-se serem também iguais os triângulos [ABD] e [FGH].

Logo, $\overline{AD} = \overline{HF}$ e, portanto, a distância entre os aeroportos é de $(2700 + 500 + 2700)$ 5900 quilómetros.

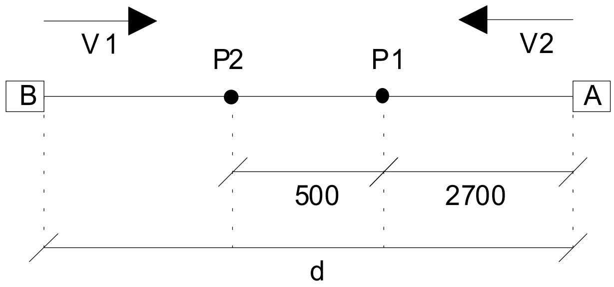
Distância dos aviões ao aeroporto Americano



NOTA: Mesmo que se considere que os aviões não viajam a velocidade constante nos trajectos, a solução também é possível de obter caso seja reconhecida a simetria da figura então obtida em relação ao ponto Q, intersecção das rectas AF e CE.

Um pouco de cálculo

Designemos por t_1 e t_2, respectivamente, os tempos decorridos desde a partida até aos dois instantes de cruzamento, e por v_1 e v_2 as velocidades médias nos trajectos.



Por um lado, «viajando» no avião que parte de A, podemos obter:

$$t_2 = t_1 + \frac{d-2700}{v_2} + 2 + \frac{d-3200}{v_1} \quad (1)$$

Por outro lado, «viajando» no avião que parte de B, também podemos obter:

$$t_2 = t_1 + \frac{2700}{v_1} + 2 + \frac{3200}{v_2} \quad (2)$$

Relacionando (1) e (2), temos $\frac{d-2700}{v_2} + \frac{d-3200}{v_1} = \frac{2700}{v_1} + \frac{3200}{v_2}$, donde $\frac{d-5900}{v_2} = \frac{5900-d}{v_1}$.

Como os denominadores das fracções são dois números positivos diferentes e os seus numeradores são simétricos, a condição só será possível se $d-5900 = 5900-d = 0$. Logo, será $d = 5900$.

Portanto, a distância entre os aeroportos é de ($2700+500+2700$) 5900 quilómetros.

Já agora...

Também se poderá obter a relação $\frac{v_1}{v_2} = \frac{32}{27}$, pelo que $d_B(t) = \frac{32}{27} v_2 \times t$ e $d_A(t) = 5900 - v_2 \times t$ traduzem em função do tempo, respectivamente, as distâncias dos aviões (que partem dos correspondentes aeroportos) em relação ao aeroporto B e durante a viagem de ida.

Os aviões cruzam-se a primeira vez passadas $t_1 = \frac{2700}{v_2}$ horas.

Os aviões cruzam-se a segunda vez passadas $t_2 = \frac{65425}{8 \times v_2} + 2$ horas.

A viagem de ida e volta demora $t_f = \frac{87025}{8 \times v_2} + 2$ horas.

A viagem para a América demora $t_{América} = \frac{5900}{v_2}$ horas.

A viagem para a Europa demora $t_{Europa} = \frac{39825}{8 \times v_2}$ horas.

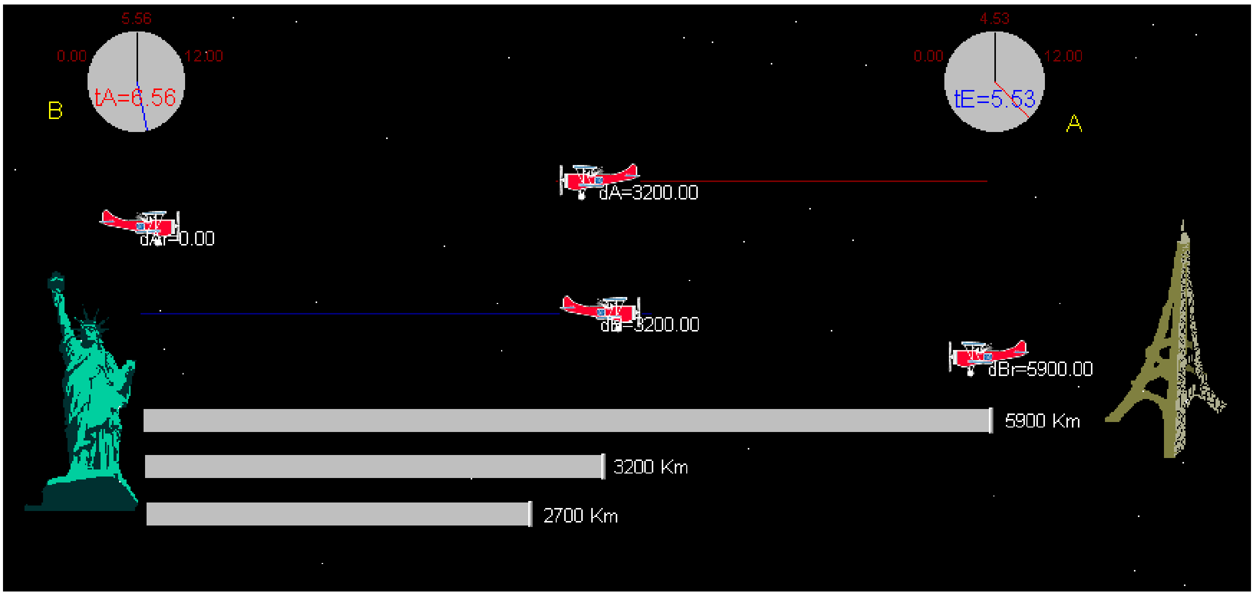
A viagem para a Europa demora menos $\frac{7375}{8 \times v_2}$ horas do que para a América.

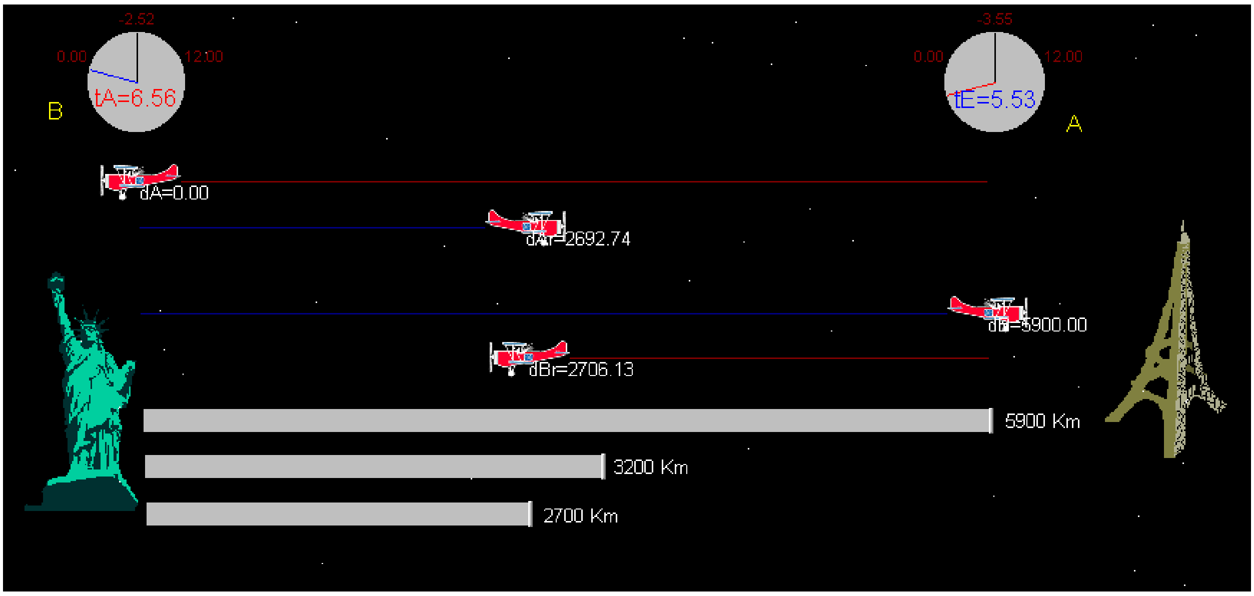
A diferença de velocidades é $\Delta v = \frac{5}{27} \times v_2$ Km/h.

O Modellus e a ida e volta

O Modellus ia no voo e confirma.

A título de exemplo, para uma velocidade $v_2 = 900$ Km no percurso Europa América:





Agora vou eu viajar para a cama, que é tarde.

Um abraço.