



# Na pista de dança



António Manuel Marques do Amaral  
LAMEGO  
1998



António Manuel Marques do Amaral  
Urbanização da Ortigosa, Bloco 11 - 2.º Esq.  
5100 LAMEGO  
e-mail: mop16940@mail.telepac.pt  
Sócio da APM n.º 2218

## José Paulo Viana,

A estratégia seguida numa variante talvez não tenha sido a melhor. Contudo, depois de alguns poucos dias de férias e muitos *punaises* nos horários da Escola, aqui vai a minha contribuição.

E se fosse uma multidão?!...

Os nove ficheiros do Modellus devem ser copiados para o directório C:\MODELLUS\ DANCA, para que a *brincadeira* funcione convenientemente. A resolução usada foi 1024×768 e a password é: **amma**

O presente documento é um pouco *pesado*, pois possui bastantes gráficos.

Com os melhores cumprimentos e votos de Boas Férias,

António Amaral

## Conteúdo do ficheiro ZIP

DANCA . DOC	Ficheiro do Word 97 com o presente documento
DANCA . MDL	Ficheiro do Modellus v1.0 (Internacional) ed. Port.
1 . BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
10 . BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
12 . BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
14 . BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
3 . BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
75 . BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
MOD . BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus
NUMEROS . BMP	Imagem para o ficheiro do Modellus

## A primeira dança

Na tabela ao lado encontram-se registadas todas as somas possíveis, estando sombreadas a azul aquelas que são quadrados perfeitos.

À primeira vista poderá parecer existir uma multiplicidade de 7 diferentes agrupamentos de pares em que a soma dos dois números é um quadrado perfeito. Contudo, pesquisando a tabela por colunas e linhas sucessivamente para cada um dos números, facilmente se conclui que esta impressão é falsa.

Por exemplo, para o número 1 podemos obter 2 pares distintos – (1, 3) e (1, 8) –, para o número 3 podemos obter 3 pares distintos – (3, 1), (3, 6) e (3, 13) –, mas já no caso do número 8 apenas existe um único par – o par (8,1).

Terminando a pesquisa sugerida, conclui-se que são únicos os seguintes pares:

(8, 1), (9, 7) e (10, 6).

Por forma a obter uma tabela mais simplificada, vamos eliminar as linhas e colunas referentes aos números 1, 6, 7, 8, 9 e 10, como se mostra na figura seguinte.

Retomando novamente a pesquisa sugerida, obtemos agora como únicos os seguintes pares:

(2, 14) e (3, 13).

Simplificando a tabela mais uma vez e efectuando a última pesquisa, reconhecemos que o par (11, 5) é único. Desta forma, resta (4, 12) para sétimo par.

Obtemos assim os dois últimos pares:

(11, 5) e (4, 12).



Portanto, na primeira dança os pares constituídos foram:

(1, 8), (2, 14), (3, 13), (4, 12), (5, 11), (6, 10) e (7, 9).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1			3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2				5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
3					7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4						9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
5							11	12	13	14	15	16	17	18	19
6								13	14	15	16	17	18	19	20
7									15	16	17	18	19	20	21
8										17	18	19	20	21	22
9											19	20	21	22	23
10												21	22	23	24
11													23	24	25
12														25	26
13															27
14															

	2	3	4	5		11	12	13	14			
2			5	6	7			13	14	15	16	
3				7	8			14	15	16	17	
4					9			15	16	17	18	
5								16	17	18	19	
11										23	24	25
12											25	26
13												27
14												

	4	5		11	12		
4						15	16
5						16	17
11							23
12							

## A segunda dança

Começemos por tentar descobrir os pares que dançavam nos lados esquerdo e direito da pista.

Como a soma dos pares de cada um destes grupos tem de ser igual, são de eliminar imediatamente as somas 3 e 5, pois não figuram pelo menos três vezes.

Vejamos como a soma 7 também não pode corresponder ao valor dum dos grupos laterais.

Se eliminarmos as linhas e colunas correspondentes aos dançarinos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 (ver 2.<sup>a</sup> tabela), constatamos que nos restam os valores 19 ou 23 para valor triplo.

O valor 19 não serve, pois nesse caso o sétimo par seria (13, 14), cuja soma não é um número primo.

O valor 23 também não serve, pois nesta situação o sétimo par seria (7, 8), cuja soma também não é um número primo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2			5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
3				7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4					9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
5						11	12	13	14	15	16	17	18	19
6							13	14	15	16	17	18	19	20
7								15	16	17	18	19	20	21
8									17	18	19	20	21	22
9										19	20	21	22	23
10											21	22	23	24
11												23	24	25
12													25	26
13														27
14														

A eliminação prévia das somas 3 e 5 origina uma tabela simétrica, o que poderá levar a supor que também o número 23 não servirá para valor triplo. Acontece que esta suposição é errada como vamos mostrar de seguida.

Assumindo o valor 23 como soma tripla, podemos simplificar a tabela eliminando as linhas e colunas números 9, 10, 11, 12, 13 e 14 (ver 3.<sup>a</sup> tabela).

Observa-se que os valores 11 e 7 são os únicos que são triplos (**exactamente**).

O valor 7 não pode ser o valor da soma do outro grupo (já sabíamos), pois nesse caso o par restante seria (7, 8), cuja soma não é um número primo.

Já o valor 11 pode ser o valor da soma do outro grupo, pois neste caso o par do meio seria (1, 2), cuja soma é um número primo distinto dos valores 11 e 23 dos outros dois grupos.

							7	8	9	10	11	12	13	14		
7										15	16	17	18	19	20	21
8											17	18	19	20	21	22
9												19	20	21	22	23
10													21	22	23	24
11														23	24	25
12															25	26
13																27
14																

Está, portanto, encontrada **uma solução**:

(1,2), (3, 8), (4, 7), (5, 6), (9, 14), (10, 13) e (11, 12).

$$(11 - 11 - 11 - 3 - 23 - 23 - 23)$$

**Esta solução será única?**

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		3	4	5	6	7	8	9
2			5	6	7	8	9	10
3				7	8	9	10	11
4					9	10	11	12
5						11	12	13
6							13	14
7								15
8								

## Outro ponto de vista

### A primeira dança

Relativamente à primeira dança, vamos agora criar uma tabela que relacione apenas as somas favoráveis com os números dos dançarinos. Em cada uma das linhas da tabela assim criada, o traço vertical ou o quadrado preto é eixo de simetria dos elementos do par que originam a soma respectiva.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 4</b>	X		X											
<b>Soma 9</b>	X	X	X	X	X	X	X	X						
<b>Soma 16</b>		X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X
<b>Soma 25</b>										X	X		X	X

Os números 8, 9 e 10 apresentam uma única maneira de serem agrupados: (8, 1), (9, 7) e (10, 6).

Por eliminação dos números envolvidos e tendo em consideração o fenómeno de simetria na constituição dos pares, obtemos a seguinte tabela simplificada.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 4</b>	X		X											
<b>Soma 9</b>	X	X	X	X	X	X	X	X						
<b>Soma 16</b>		X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X
<b>Soma 25</b>										X	X		X	X

Os números 2 e 3 apresentam agora também uma única maneira de serem agrupados: (2, 14) e (3, 13).

Aplicando novamente o processo de simplificação obtemos a tabela seguinte.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 4</b>	X		X											
<b>Soma 9</b>	X	X	X	X	X	X	X	X						
<b>Soma 16</b>		X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X
<b>Soma 25</b>										X	X		X	X

Finalmente, os números 11 e 12 apresentam também uma única maneira de serem agrupados: (11, 5) e (12, 4).

### A segunda dança

Relativamente à segunda dança, procedendo de forma análoga obtemos a tabela seguinte.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 3</b>	X	X												
<b>Soma 5</b>	X	X	X	X										
<b>Soma 7</b>	X	X	X	X	X	X								
<b>Soma 11</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X					
<b>Soma 13</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			
<b>Soma 17</b>		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 19</b>			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 23</b>								X	X	X	X	X	X	X

Também agora são imediatas algumas conclusões.

Qualquer das somas 3 ou 5 não pode corresponder à soma dum par lateral, pois estas somas figuram menos de três vezes.

Reparando na tabela seguinte, a soma 7 é também de eliminar quanto a valor de soma dum par lateral. Isto porque considerar este valor como triplo excluía todos os valores de soma excepto 17, 19 e 23, permitindo apenas escolher a outra soma tripla entre os valores 19 e 23, situação que torna impossível a criação do terceiro valor primo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 3</b>	X	X												
<b>Soma 5</b>	X	X	X	X										
<b>Soma 7</b>	X	X	X	X	X	X								
<b>Soma 11</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
<b>Soma 13</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			
<b>Soma 17</b>			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 19</b>					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 23</b>									X	X	X	X	X	X

Tendo em consideração a tabela seguinte, analisemos agora a possibilidade da soma 23 ser um valor triplo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 3</b>	X	X												
<b>Soma 5</b>	X	X	X	X										
<b>Soma 7</b>	X	X	X	X	X	X								
<b>Soma 11</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
<b>Soma 13</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
<b>Soma 17</b>			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 19</b>					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 23</b>									X	X	X	X	X	X

Nesta hipótese constatamos que o outro valor triplo pode ser escolhido entre as somas 11 ou 7. Se escolhermos a soma 7 ficamos impossibilitados de obter o terceiro valor primo. Contudo, se escolhermos a soma 11 obtemos o valor 3 para terceiro valor primo (única possibilidade), conforme se pode verificar na próxima tabela.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 3</b>	X	X												
<b>Soma 5</b>	X	X	X	X										
<b>Soma 7</b>	X	X	X	X	X	X								
<b>Soma 11</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
<b>Soma 13</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
<b>Soma 17</b>			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 19</b>					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 23</b>									X	X	X	X	X	X

É esta a solução encontrada anteriormente

## A Aritmética que não quis

Algo de que não tive completa consciência desviou-me no início da resolução aritmética.

Agora, Ah!...

Em qualquer das danças a soma dos números de todos os dançarinos é 105. Em particular, designando por A, B e C, respectivamente, a soma não tripla e as duas triplas, na segunda dança temos:

$$105 = A + 3B + 3C$$

$$105 = A + \underbrace{3(B+C)}_{\substack{\text{múltiplo de 3} \\ \text{múltiplo de 3}}}$$

Logo, A é obrigatoriamente um múltiplo de 3.

Recordando as somas possíveis,

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 3</b>	X	X												
<b>Soma 5</b>	X	X	X	X										
<b>Soma 7</b>	X	X	X	X	X									
<b>Soma 11</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
<b>Soma 13</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
<b>Soma 17</b>			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 19</b>				X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 23</b>									X	X	X	X	X	X

será  $A = 3$  e, conseqüentemente, como  $B + C = \frac{102}{3} = 34$ ,  $B = 11$  e  $C = 23$ .

Desta forma a solução na segunda dança é imediata e estando provado que é única, a composição dos pares de dançarinos é a já determinada:

(1,2), (3, 8), (4, 7), (5, 6), (9, 14), (10, 13) e (11, 12).

## A Aritmética que não quero

Como vimos, outra eventual possibilidade de criar dois valores triplos diferentes só poderá ocorrer com os valores 11, 13, 17 e 19.

Vamos investigar essa possibilidade, mantendo a tabela seguinte e formulando agora outra técnica de análise.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
<b>Soma 3</b>	X	X												
<b>Soma 5</b>	X	X	X	X										
<b>Soma 7</b>	X	X	X	X	X									
<b>Soma 11</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
<b>Soma 13</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
<b>Soma 17</b>			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 19</b>				X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>Soma 23</b>									X	X	X	X	X	X

### Hipótese 17 – 19

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Observando as duas metades direitas das duas linhas, constatamos que a escolha de uma cruz na linha de baixo elimina directamente uma posição na metade direita da linha de cima.

Contudo, se tivermos em conta o fenómeno de simetria, concluiremos que a escolha de qualquer posição na metade direita da linha de baixo elimina duas posições na metade direita da linha superior. É isto que iremos mostrar de seguida.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Podemos é argumentar que a casa perdida indirectamente na linha de cima durante a primeira escolha pode ser recuperada pela perda directa na segunda escolha. Sim, é verdade. Contudo esta segunda escolha originará outra perda indirecta que, podendo ser recuperada pela terceira escolha, leva finalmente a não restarem mais do que duas possibilidades de criação de soma 17.

É isso que vamos confirmar de seguida:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Analisadas as 10 configurações possíveis de escolha de três somas 19, conclui-se não ser possível obter três somas 17.

Portanto, a hipótese 17-19 não é possível.

### Hipótese 13 - 19

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Observando as duas metades direitas das duas linhas, constatamos que a escolha de uma cruz na linha de baixo alinhada com outra cruz na linha de cima elimina nesta duas posições (ambas irrecuperáveis). Portanto os únicos 3 casos que vale apenas estudar são aqueles em que unicamente há alinhamento vertical de uma cruz.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (1, 8), cuja soma não é um número primo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (2, 7), cuja soma não é um número primo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três somas 13.

Portanto, a hipótese 13-19 não é possível.

### Hipótese 11 - 19

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

A escolha da posição 10 na metade direita da linha de baixo elimina duas posições na metade direita da linha de cima, restando nesta apenas 3 posições livres como se pode verificar na tabela seguinte.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Como a escolha da segunda posição para soma 19 elimina outra posição na metade direita da linha de cima, apenas basta estudar os 4 casos que não usam a posição 10.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três somas 11.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três somas 11.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (3, 12), cuja soma não é um número primo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 19					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (4, 11), cuja soma não é um número primo.

Portanto, a hipótese 13-19 não é possível.

### Hipótese 13 - 17

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Relativamente às metades direitas das duas linhas, identifiquemos quais as posições da linha de baixo que eliminam directa ou indirectamente duas cruces na metade direita da linha de cima.

Estas posições são 9, 10, 11 e 12, como se pode confirmar nas quatro tabelas seguintes.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Que acontece quando seleccionamos duas das posições 9, 10, 11 e 12?

São impeditivas da criação de três somas 13 as seguintes selecções: 9 - 10, 9 - 11, 10 - 12 e 11 - 12.

Analisemos, portanto, as restantes selecções: 9 - 12 e 10 - 11.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (1, 14), cuja soma não é um número primo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três somas 13.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três somas 13.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (2, 13), cuja soma não é um número primo.

Não havendo solução escolhendo duas das posições 9, 10, 11 e 12, resta apenas as 4 configurações em que estão obrigatoriamente ocupadas as posições 13 e 14 da linha de baixo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três soma 13.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três somas 13.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (6, 9), cuja soma não é um número primo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (5, 10), cuja soma não é um número primo.

Portanto, a hipótese **13-17 não é possível**.

### Hipótese 11 - 17

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Seguindo o mesmo raciocínio, concluímos que as posições 9 e 10 da linha de baixo eliminam 2 posições distintas na metade direita da linha de cima, como podemos ver nas tabelas seguintes.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Cada uma das restantes posições, 11, 12, 13 e 14, elimina uma posição na metade direita da linha superior.

Portanto, os únicos 4 casos que interessa estudar são aqueles em que são usadas exclusivamente três das últimas posições mencionadas.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (7, 14), cuja soma não é um número primo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três somas 11.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação não é possível criar três somas 11.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 17			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Nesta situação restava o par (8, 13), cuja soma não é um número primo.

Portanto, a hipótese 11-17 não é possível.

### Hipótese 11 - 13

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soma 11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
Soma 13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			

Qualquer posição escolhida na metade direita da linha de baixo elimina (directa ou indirectamente) pelo menos uma posição na metade direita da linha superior. Logo, constituídas três somas 13 não é possível arranjar três somas 11.

Portanto, a hipótese 11-13 não é possível.

Assim sendo, a solução encontrada é única

Uhf!

## As dançarinas

Como a Isabel tem o número 1 e cada par é constituído por um elemento de cada sexo, relacionando os pares em cada dança podemos descobrir sucessivamente o sexo de cada um dos dançarinos.

Nas tabelas seguintes, a cor rosa assinala o sexo feminino e a cor azul assinala o sexo masculino.



Constituição dos pares na 1.ª dança													
1.º		2.º		3.º		4.º		5.º		6.º		7.º	
1	8	2	14	3	13	4	12	5	11	6	10	7	9

Constituição dos pares na 2.ª dança													
1.º		2.º		3.º		4.º		5.º		6.º		7.º	
1	2	3	8	4	7	5	6	9	14	10	13	11	12

A **I**saura tem o número 10, a **S**ara tem o número 14, a **A**na tem o número 3, a **B**eatriz tem o número 5, a **E**duarda tem o número 7, a **L**aura tem o número 12 e, claro, a **I**sabel tem o número 1.

## O Modellus

O Modellus esteve de férias, contudo não quis deixar de dar um ar da sua dança...

## Na pista de dança



## Na pista de dança



Eduarda Beatriz



Sara



Laura



Isabel



Ana



Isaura

Um abraço