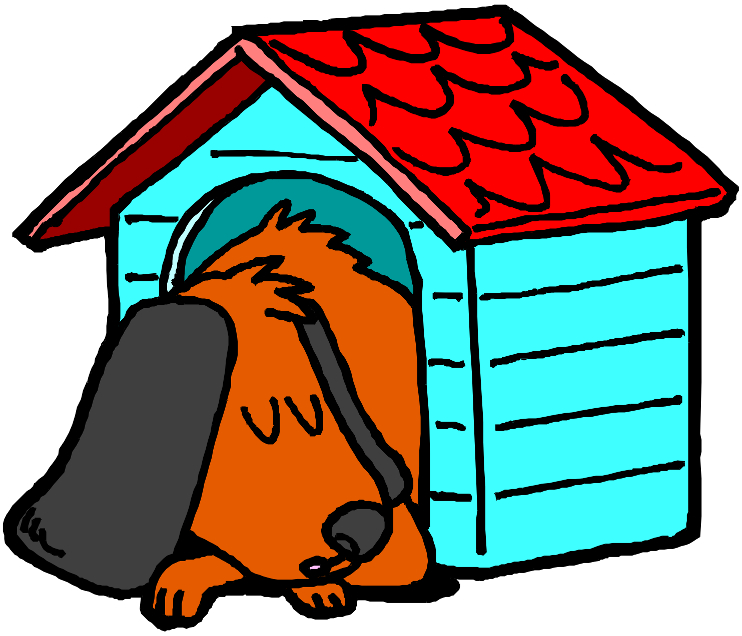
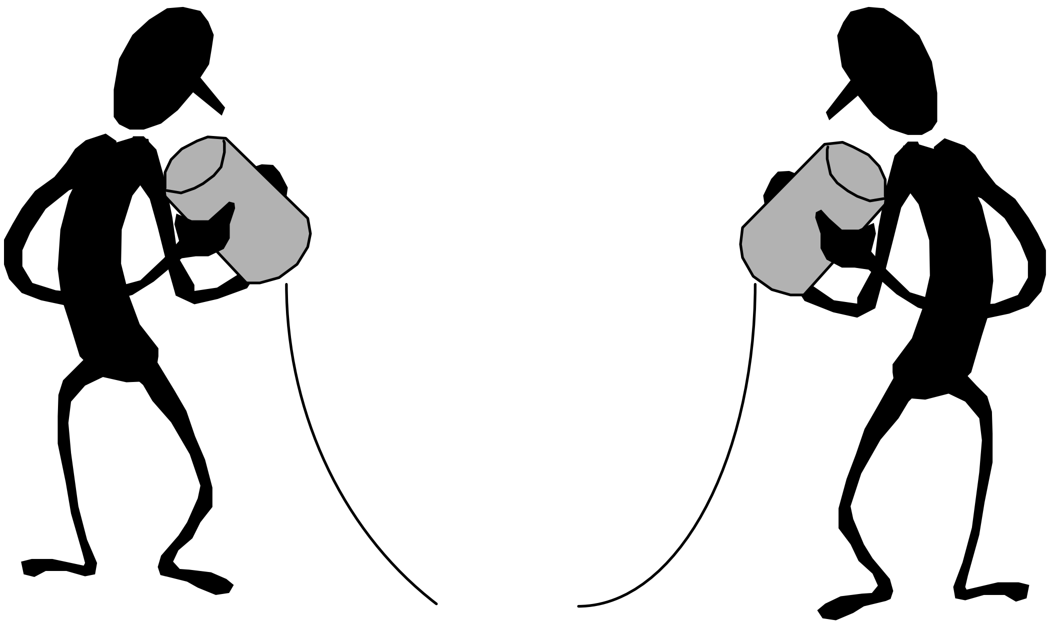
Vida de cão





António Manuel Marques do Amaral
LAMEGO
1998

António Manuel Marques do Amaral

Urbanização da Ortigosa, Bloco 11 - 2.º Esq.

5100 LAMEGO

e-mail: mop16940@mail.telepac.pt

Sócio da APM n.º 2218

José Paulo Viana

A revista só chegou hoje, dia 7 de Março.

Certamente foi devido a apenas ter renovado a assinatura na semana passada.

O tempo é escasso, mas mesmo assim não quero deixar de libertar alguma energia sobre os Silva.

A propósito, é bem giro aquele seu presente de Natal do Eduardo Veloso.

Conteúdo do ficheiro ZIP

`VIDACAO.DOC`	Ficheiro do Word 97 com o presente documento
`VIDACAO.MTH`	Ficheiro do Derive for Windows v4.0
`VIDACAO.GR`	Ficheiro do Graphmatica for Win32, v 1.60

Com os melhores cumprimentos,

António Amaral

A sensação do déjà vu

Se bem o percebi, à primeira leitura, o problema soou familiar...

É isso, MATEMÁTICA 9, Edições Contraponto, José Paulo Viana... Bem, o problema não é o mesmo, pois o cão não é tão fortemente violentado.
Aliás, o José Paulo e restantes colegas, talvez por imposição da SPA (leia-se Sociedade Protectora dos Animais), decidem libertar(1) o bom amigo a partir da 2.ª edição do manual.

Mesmo assim a sensação do déjà vu continuava.

É isso... Já me lembro!

É um problema do seu manual (problema 84, capítulo 5, da 1.ª edição), José Paulo, conjugado com um problema da categoria B das Olimpíadas Nacionais de Matemática do ano de 1995.

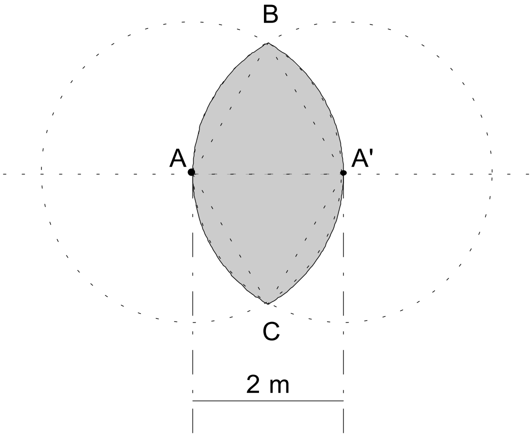


Figura 1

Uma resolução rápida, simples e elementar

Bem, se o casal Silva der liberdade de movimento ao pobre bicho, este, em cada momento, pode deslocar-se livremente na região sombreada assinalada na figura 1.

A área pedida pode ser facilmente calculada usando a decomposição feita, isto é, a área pedida é a área dos dois triângulos equiláteros mais a área compreendida entre cada um dos arcos e o correspondente lado de cada um dos triângulos.

Assim, relacionando as duas figuras, temos:

$$A = 2 \times \frac{2 \times \sqrt{3}}{2} + 4 \times \frac{\pi \times 2^2 - 6\sqrt{3}}{6} = \frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{3} = 4{,}91 \text{ (2 c.d.).}$$

O cão dos Silva poderá andar livremente numa área de aproximadamente 4,91 metros quadrados.

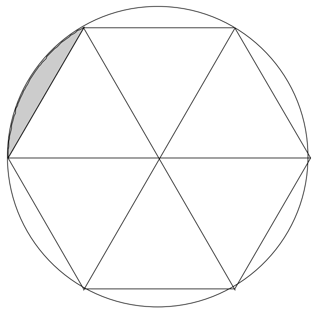


Figura 2

Outras resoluções rápidas, simples e elementares

Outra maneira de calcular a área consiste em reparar que a área procurada é a soma do dobro da área do sector circular AA'B com o dobro da diferença entre esta última e a área do triângulo [AA'B]. Isto é:

$$A = 2 \times \frac{4\pi}{6} + 2 \times \left(\frac{4\pi}{6} - \sqrt{3}\right) = \frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{3}$$

Dispondo os elementos constituintes da superfície conforme indicado na figura 3, conclui-se que o valor procurado é igual à diferença entre dois terços da área do círculo e o dobro da área do triângulo equilátero. Isto é:

$$A = \frac{2}{3} \times 4\pi - 2\sqrt{3}$$

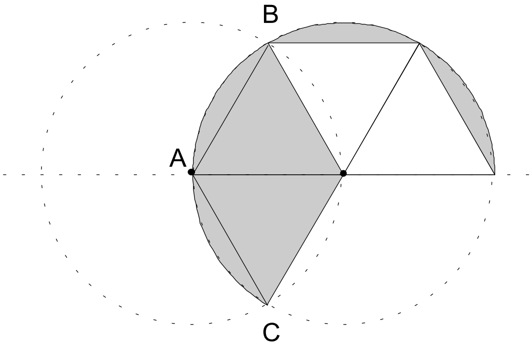


Figura 3

(1) Se bem me lembro (não sei onde meti o papel), tenho a sensação que a solução apresentada no manual da 1ª edição estava incorrecta. Também me recordo, vagamente, que era um pouco *puxado*.

Uma solução aproximada obtida com a calculadora científica, utilizando cálculo integral

De acordo com a figura 4, conclui-se que a área pretendida é a quarta parte de $\int_{-2}^{-1} \sqrt{4 - x^2}\, dx$.

Realizando o cálculo na CASIO CFX-9950G com 6 divisões, obtém-se para o valor do integral: 1,2281. Logo um valor aproximado da área pretendida é 4,9124 metros quadrados.

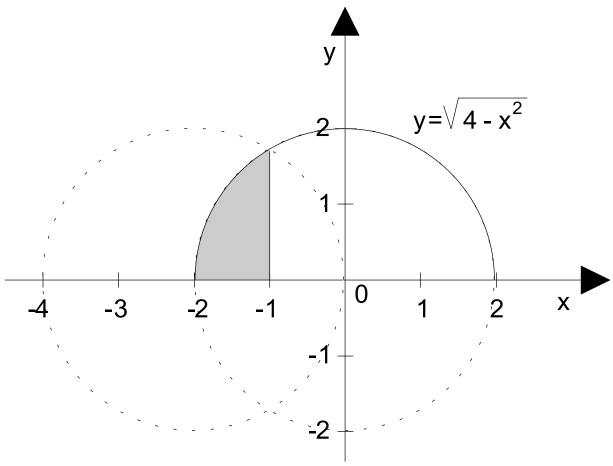
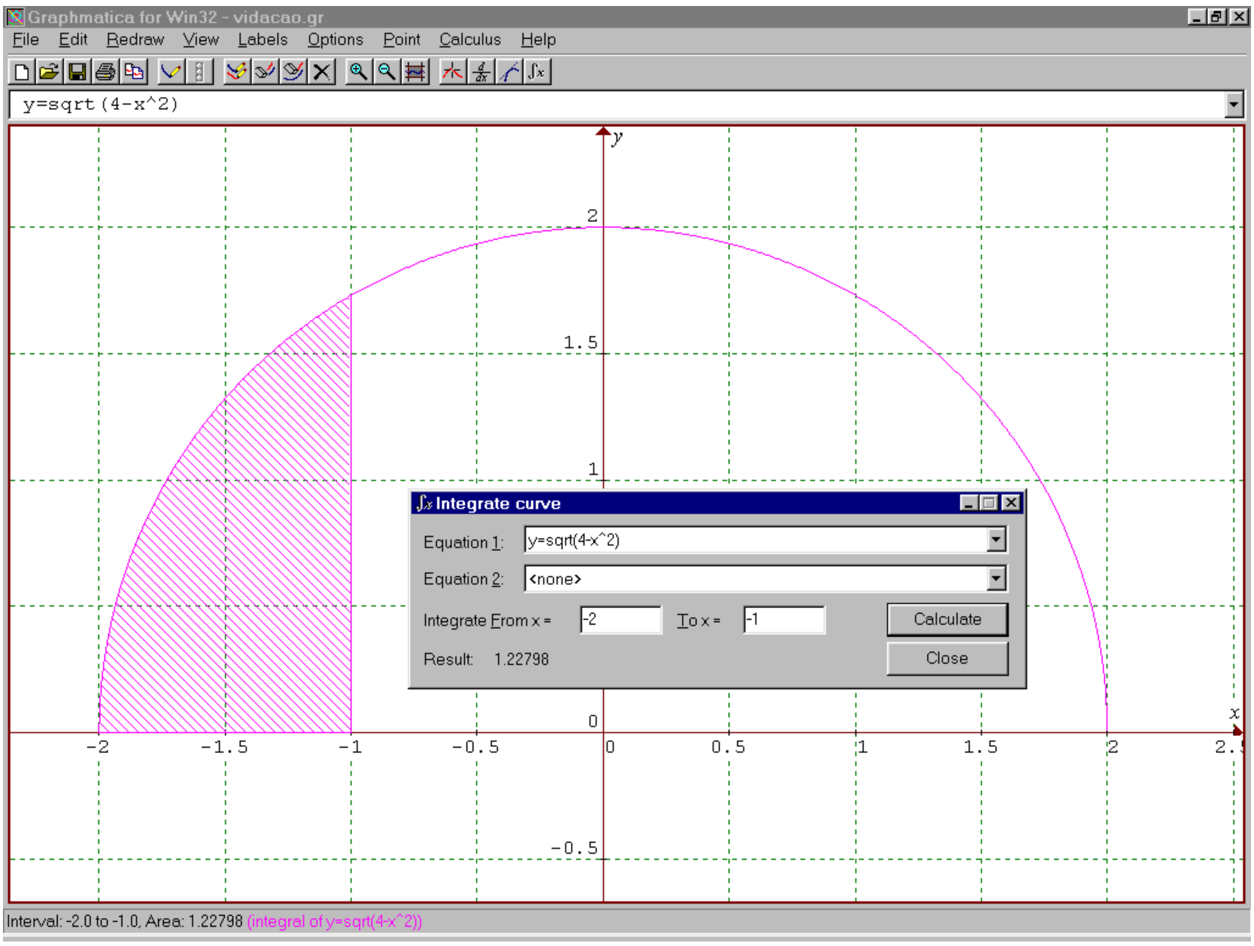


Figura 4

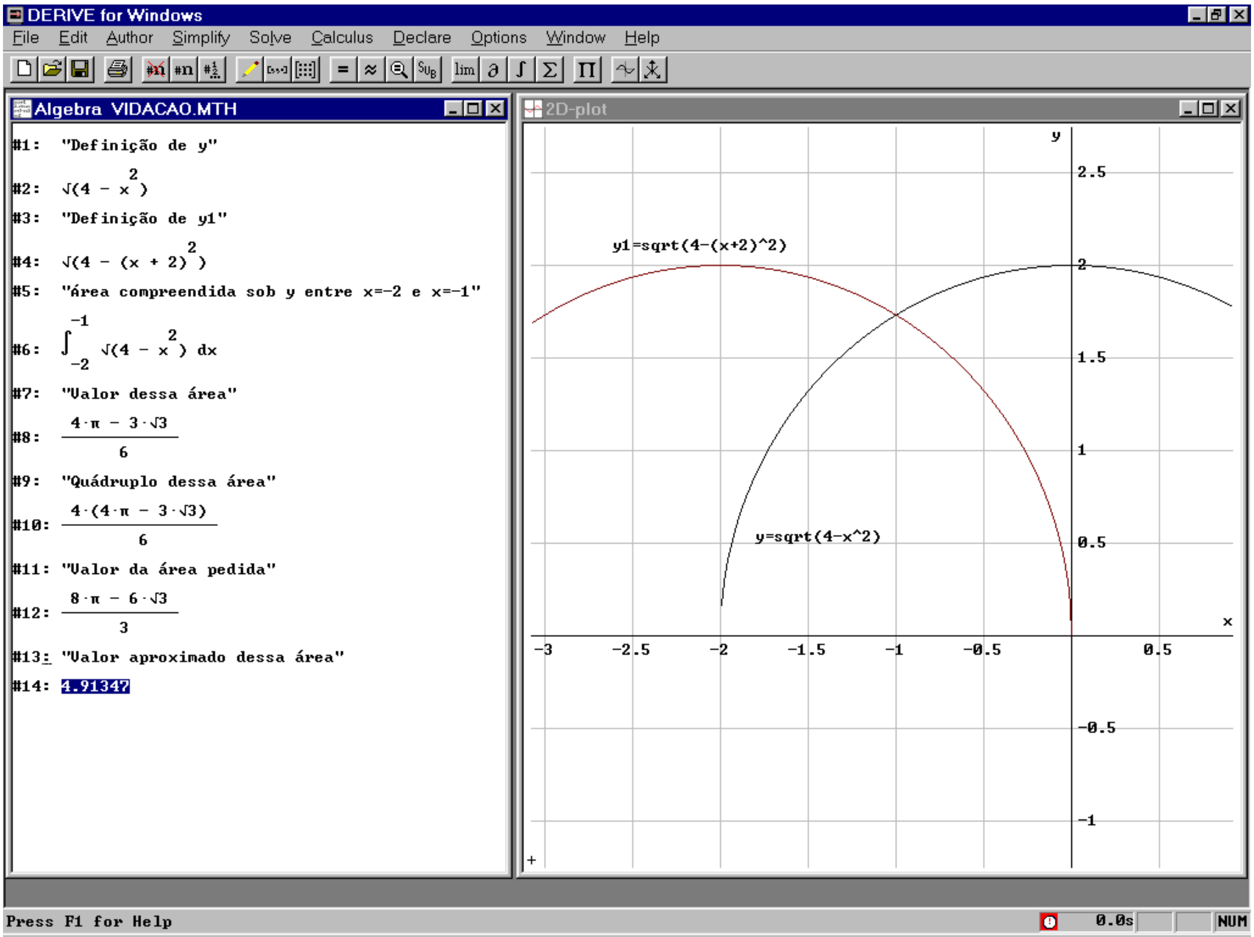
Uma solução aproximada obtida com o Graphmatica for Win32, v 1.60

Como se poderá verificar, a área encontrada foi de $4 \times 1{,}22798 = 4{,}91192$ metros quadrados.



Uma solução exacta obtida com o Derive for Windows, v 4.0

Neste caso, podemos obter o valor exacto da área, conforme os cálculos efectuados na janela de Álgebra.



É tarde e já não tenho tempo para *farejar* mais. Logo, tenho aula às 8 e meia.

Um abraço.