

Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Ficha de Trabalho do GAVE

Ano Lectivo 2009/10

Funções 1

10.º Ano

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1.

a)

Para $x = 2$, vem $\overline{AP} = 2$ e $\overline{BP} = 10 - 2 = 8$.

Assim, $a(2) = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2^2 + 8^2 = 68$.

b)

$D_a =]0, 10[$.

c)

Ora, $a(x) = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = x^2 + (10 - x)^2 = x^2 + 100 - 20x + x^2 = 2x^2 - 20x + 100$.

d)

Ora,

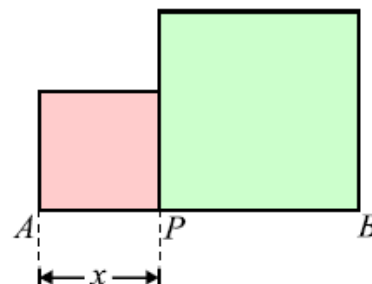
$$a(x) = a(2) \Leftrightarrow 2x^2 - 20x + 100 = 68$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 16}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm 6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 8$$



Se $x = 2$, tem-se $\overline{AP} = 2$ e $\overline{BP} = 8$ e, se $x = 8$, tem-se $\overline{AP} = 8$ e $\overline{BP} = 2$; então, cada quadrado que se obtém para $x = 2$ é geometricamente igual a um dos quadrados que se obtém para $x = 8$.

2.

a1)

Ver gráfico ao lado.

a2)

$D_f = [0, 28]$ e $D'_f = [0, 600]$.

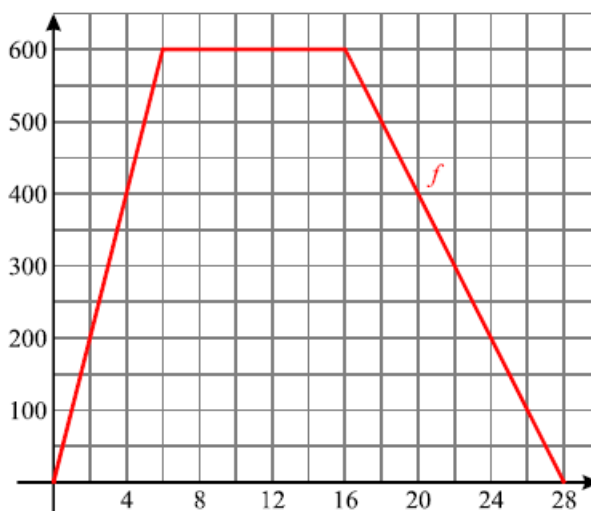
a3)

Se o Rui caminhou sempre à mesma velocidade e demorou 6 minutos a percorrer 600 metros, então essa velocidade constante é $v = \frac{600}{6} = 100$ m/min. Desta forma, decorridos 2 minutos após a saída de casa, o Rui percorreu 200 metros. Assim, como se verifica no gráfico, $f(2) = 200$, isto é, às 9 horas e 2 minutos, o Rui estava a 200 metros de casa.

a4)

A equação $f(t) = 600$ traduz o seguinte problema: «Qual foi o intervalo de tempo (contado em minutos após as 9 horas) durante o qual o Rui permaneceu no café?».

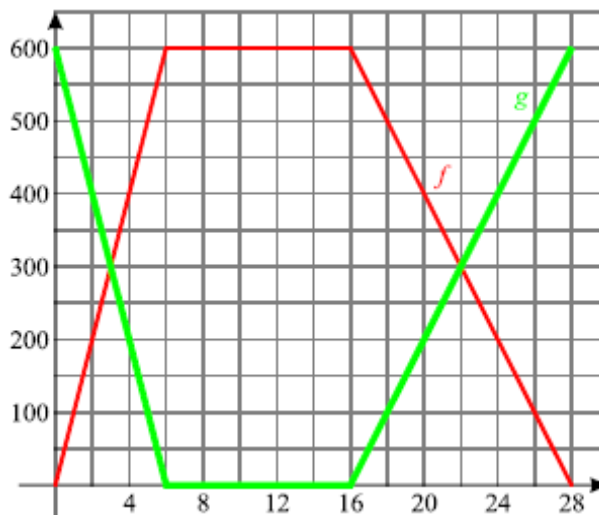
O conjunto solução da equação é C.S. = $[6, 16]$.



- a5) No regresso, o Rui caminhou à velocidade constante de $v = \frac{600}{12} = 50$ m/min . Logo, às 9 horas e 20 minutos estava a 200 metros do café e a 400 de casa. Assim, $f(t) = 600 \Leftrightarrow t = 4 \vee t = 20$ (como se pode verificar no gráfico). Portanto, o conjunto solução da equação é $C.S. = \{4, 20\}$.

b1) Ver gráfico ao lado.

- b2) A equação $f(t) = g(t)$ traduz o seguinte problema: «Quais foram os instantes (contados em minutos após as 9 horas) em que o Rui esteve a igual distância de casa e do café?». O conjunto solução da equação é $C.S. = \{3, 22\}$.



3.

a)

As funções f e g podem estar representadas na opção C.

A opção A não é a opção correcta porque, no instante inicial, a distância percorrida pela Rita é igual a 0 e, nesta opção, tem-se $f(0) > 0$

A opção B não é a opção correcta porque as duas amigas percorreram distâncias iguais e, portanto, o contradomínio da função f tem que ser igual ao contradomínio da função g . Nesta opção, o contradomínio de f está estritamente contido no contradomínio de g

A opção D não é a opção correcta porque a representação gráfica de f devia conter a origem do referencial, o que não acontece.

b)

A Rita demorou $t_R = \frac{18}{5} = 3,6$ h a chegar ao seu destino.

Como a Inês demorou mais 54 minutos, a sua viagem durou $t_I = 3,6 + 0,9 = 4,5$ h. Assim, as distâncias percorridas por cada uma delas são expressas, respectivamente, por $d_R = 5t$, com $t \in [0; 3,6]$, e

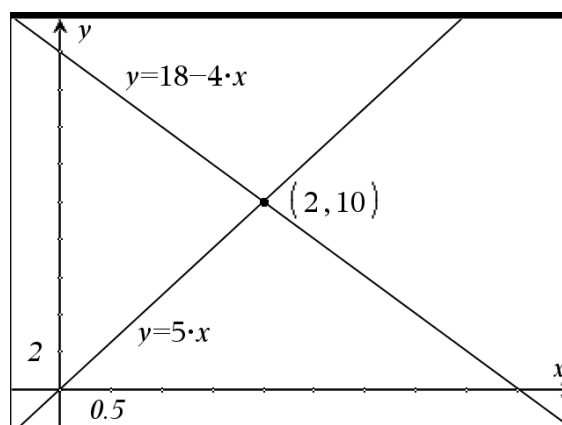
$$d_I = \frac{18}{4,5}t, \text{ com } t \in [0; 4,5].$$

Ora, as duas amigas cruzam-se no instante t que verifica a condição $d_R + d_I = 18$.

Assim, temos: $d_R + d_I = 18 \Leftrightarrow 5t + 4t = 18 \Leftrightarrow t = 2$.

Ao fim de 2 horas de viagem, a Rita percorreu 10 Km, pelo que estava a 8 Km de Altavila quando se cruzaram.

No gráfico estão representadas as distâncias das duas amigas à localidade de Altavila, em função do tempo de viagem.



4.

a1)

$v(1)$ representa o volume de água no depósito, em dm^3 , 1 minuto após o início do enchimento.

$v(t)$ representa o volume de água no depósito, em dm^3 , t minutos após o início do enchimento.

a2)

O depósito tem $V = 5^2 \times 12 = 300 dm^3$ de volume.

Logo, $D'_v = [0, 300]$.

a3)

O depósito demora $t = \frac{300}{20} = 15$ min a ficar completamente cheio.

Logo, $D_v = [0, 15]$.

a4)

A solução da equação $v(t) = 300$ representa, em minutos, o tempo necessário para encher completamente o depósito.

a5)

Ora, $v(t) = 20t$, com $t \in [0, 15]$.

a6)

Ver gráfico ao lado.

a7)

$D_h = [0, 15]$ e $D'_h = [0, 12]$.

a8)

Ora, $h(t) = \frac{v(t)}{5^2} = \frac{20t}{25} = \frac{4}{5}t = 0,8t$, com $t \in [0, 15]$.

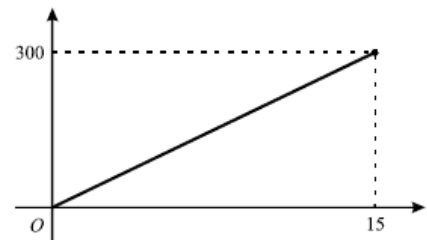
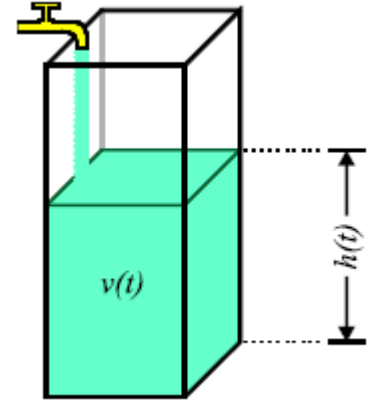
b1)

A constante c representa o caudal da torneira, em dm^3 por minuto.

b1)

A constante k traduz a razão entre o caudal da torneira, em dm^3 por minuto, e a área da base do depósito, em dm^2 , isto é, a taxa de variação da altura da água no depósito, em dm por minuto.

Assim, sendo $k = \frac{c}{A_b}$ é $\frac{c}{k} = A_b$. Logo, $\frac{c}{k}$ representa a área da base do depósito, em dm^2 .



5.

a)

Aceitando a sugestão, elaborou-se a tabela ao lado, que permite confirmar que os analistas da empresa têm razão.

b)

y é a variável dependente e x é a variável independente.

c1)

Ora, $y(2,3) = 11,86 - 1,46 \times 2,3 \approx 8,5$.

Estima-se que seja vendida num mês 8,5 toneladas de ração.

c2)

Ora, $y = 8 \Leftrightarrow 11,86 - 1,46x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{3,86}{1,46}$.

Cada quilograma de ração deve ser vendido a 2,64 euros.

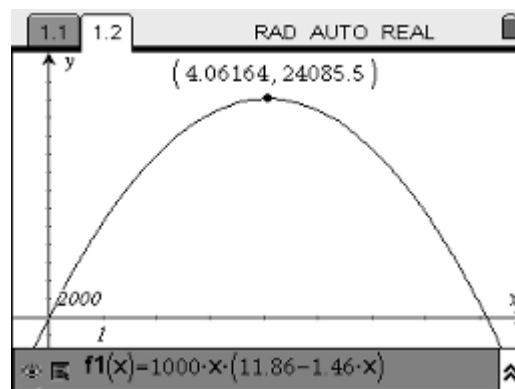
c3)

$z = 1000x(11,86 - 1,46x)$.

	A x	B y_r	C y_c	D mod_dif	E
1	2	8,9	8,94	0,04	
2	2,5	8,3	8,21	0,09	
3	3	7,4	7,48	0,08	
4	3,5	6,9	6,75	0,15	
5	4	5,9	6,02	0,12	
6	4,5	5,3	5,29	0,01	
7	5	4,6	4,56	0,04	
AI	2				

- c4) Depois de obtida a representação gráfica da função, determinou-se o seu máximo e o respectivo maximizante.

De acordo com os valores obtidos, o preço deve ser 4,06 euros por quilograma.



6.

a)

Para $x = 5$, temos $\overline{DQ} = 1$ e $\overline{PC} = 3$.

$$\text{Assim, } A_{[CPQ]} = \frac{\overline{CP} \times \overline{DQ}}{2} = \frac{3 \times 1}{2} = 1,5 \text{ e,}$$

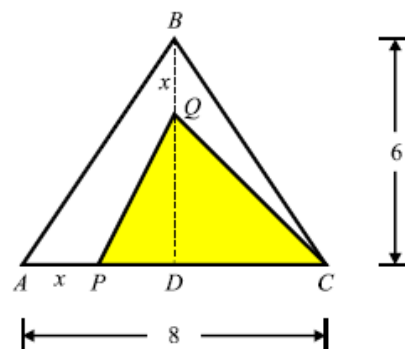
consequentemente, $a(5) = 1,5$.

b)

$$D_a = [0,6[\text{ e } D'_a =]0,24] \text{ (note que } A_{[ABC]} = \frac{6 \times 8}{2} = 24 \text{).}$$

c)

$$\text{Ora, } a(x) = \frac{\overline{CP} \times \overline{DQ}}{2} = \frac{(8-x) \times (6-x)}{2} = \frac{x^2 - 14x + 48}{2}.$$



7.

a)

$$D_f = D_g = [-6,6].$$

b)

$$D'_f = [-1,3] \text{ e } D'_g = [-2,0].$$

c1)

$$\text{Como } f(x) = 2 \Leftrightarrow x = -2, \text{ então } S = \{-2\}.$$

c2)

$$\text{Como } f(x) = -3 \Leftrightarrow x \in \emptyset, \text{ então } S = \emptyset.$$

c3)

$$\text{Como } g(x) = -1 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3, \text{ então } S = \{-3,3\}.$$

c4)

$$\text{Como } f(x) = -1 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 6, \text{ então } S = [1,6].$$

c5)

$$\text{Como } f(x) > 0 \Leftrightarrow -6 \leq x < 0, \text{ então } S = [-6,0[.$$

c6)

$$\text{Como } g(x) \geq 0 \Leftrightarrow x = 0, \text{ então } S = \{0\}.$$

c7)

$$\text{Como } g(x) < -1 \Leftrightarrow -6 \leq x < -3 \vee 3 < x \leq 6, \text{ então } S = [-6, -3[\cup]3, 6].$$

c8)

$$\text{Como } f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3, \text{ então } S = \{0,3\}.$$

c9)

$$\text{Como } f(x) > g(x) \Leftrightarrow -6 \leq x < 0 \vee 3 < x \leq 6, \text{ então } S = [-6, 0[\cup]3, 6].$$



FIM