

Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

Ano Lectivo 2002/03

Função afim

10.º Ano

Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

Nos exercícios 1 e 2 explora o sketch GSP em:

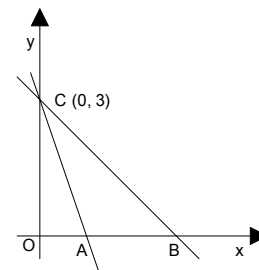
http://www.prof2000.pt/users/amma/recursos_materiais/rec/10_ano/f_trab/2002_03/funcao_afim.gsp

http://www.prof2000.pt/users/amma/recursos_materiais/rec/10_ano/f_trab/2002_03/f_afim.htm

Nota: Podes utilizar ainda o programa *Graphmatica* ou a calculadora gráfica.

- Os gráficos das funções (de domínio \mathbb{R}) do tipo $y = mx + b$ são rectas. Nestas funções, m e b têm um significado especial.
 - Observa o gráfico de algumas delas, fixando um valor para b e atribuindo a m os valores concretos que entenderes - positivos, negativos,... Que verificas?
 - Qual a influência do parâmetro m nos gráficos desta família de funções?
 - Estuda ainda a família de funções $y = mx + b$, fixando agora um valor para m e atribuindo a b os valores que entenderes. Que verificas?
 - Qual a influência do parâmetro b nos gráficos desta família de funções?
- Faz uma síntese, oral, do estudo da função afim: $y = mx + b$.
Refere-te ao tipo de gráfico, domínio, contradomínio, monotonia, zeros, intersecção com os eixos, sinal da função, coordenadas de um vector director da recta que define o seu gráfico.
- Escreve a expressão analítica e representa graficamente a função afim cujo gráfico é uma recta que:
 - tem declive -2 e ordenada na origem 5 ;
 - tem declive $-\frac{1}{2}$ e contém o ponto de coordenadas $(0, 2)$.
- Relativamente às funções da questão anterior, resolve as questões seguintes e depois confirma os resultados graficamente.
 - Resolve analiticamente a equação $y_1(x) = y_2(x)$.
 - Resolve analiticamente a inequação $y_1(x) < y_2(x)$.
- A média de dois números x e y é 6 .
 - Escreve uma equação que traduza a condição e resolve-a em ordem a y .
 - Indica três pares de números nas condições referidas.
 - Se um dos números é dobro do outro, quais são os números?
Resolve o problema algébrica e geometricamente.

6. Observa a figura seguinte e, de acordo com os dados, determina a expressão analítica da função afim cujo gráfico é a recta:



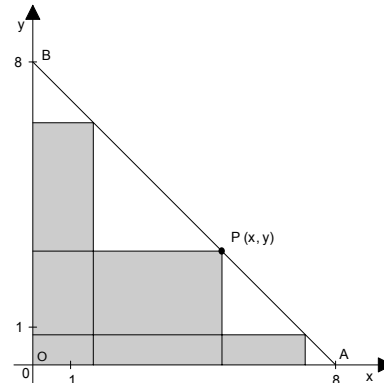
a) AC, sabendo que a área do triângulo [OAC] é $\frac{3}{2}$.

a) BC, sabendo que o triângulo [OBC] é isósceles.

Nota: Para verificares a tua resposta, utiliza o seguinte *sketch* GSP:

http://www.prof2000.pt/users/amma/recursos_materiais/alabmat/0_ficheiros/Eq_recta.gsp

7. No referencial está representado um triângulo rectângulo isósceles [OAB]. O ponto P pertence ao segmento [AB] e é um dos vértices de um rectângulo cujos lados são paralelos aos eixos coordenados.



a) Escreve uma equação vectorial da recta que contém [AB].

a) Escreve a equação reduzida da recta que contém [AB].

b) Mostra que qualquer rectângulo definido por P e pelos semieixos positivos, como mostra a figura, tem perímetro 16.

Nota: Para perceber a relação obtida, utiliza o seguinte *sketch* GSP:

http://www.prof2000.pt/users/amma/recursos_materiais/rec/10_ano/f_trab/20_02_03/ft_16_1.gsp

8. Para cada $a \in \mathbb{R}$, a expressão $f(x) = \frac{ax - 3}{2}$ define uma função afim.

a) Se $a = 4$, determina analiticamente as coordenadas dos pontos de intersecção do gráfico da função com os eixos coordenados.

b) Determina a de modo que o gráfico da função contenha o ponto de coordenadas (1, 3).

c) Indica o valor de a de modo que f não tenha zeros.

d) Determina a de modo que a função seja decrescente.

9. Um rato está a ser perseguido por um gato.

Às 20 h 52 min 3 s o rato leva 5 metros de avanço sobre o gato.

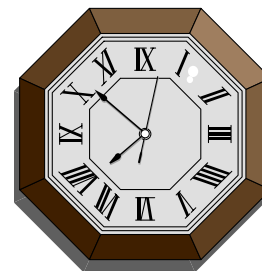
As velocidades de corrida do gato e do rato são consideradas constantes e são, respectivamente, 8 m/s e 6 m/s.

Nota: Começa por explorar os recursos disponíveis (folha de cálculo e programa Modellus) na actividade "Um gato e um rato", em:

http://www.prof2000.pt/users/amma/recursos_materiais/alabmat/viseumat6_10.htm

a) O que representam as expressões $f_1(t) = 5 + 6t$ e $f_2(t) = 8t$?

b) Determina a hora em que o gato alcançou o rato. Resolve o problema analítica e graficamente.



Nos exercícios 10 e 11, além da resolução analítica, apresenta também uma exploração gráfica das situações

10. As cidades do Porto e Lisboa estão a 300 Km de distância e são servidas por uma linha de caminho de ferro. À mesma hora partem dois comboios directos (não param em nenhuma estação), um de Lisboa com destino ao Porto e outro do Porto com destino a Lisboa. O comboio que se dirige para Lisboa tem uma velocidade constante de 100 Km/h. O que se dirige para o Porto tem uma velocidade constante de 80 Km/h.

Quanto tempo depois de partirem é que os comboios se encontram?

11. O Fernando e a irmã vivem à beira de uma estrada que conduz a um castelo situado a 5 Km de distância. Ambos trabalham no Castelo, ela no período da manhã e ele no período da tarde. Cruzam-se sempre no caminho para que ela lhe possa entregar a chave do Castelo. Ele sai de casa às 12 horas e demora 15 minutos a fazer cada quilómetro. À mesma hora a sua irmã sai do Castelo e dirige-se para casa demorando 20 minutos para percorrer cada quilómetro.



A que horas se cruzam?

Quando se cruzam, a que distância está o Fernando do Castelo?

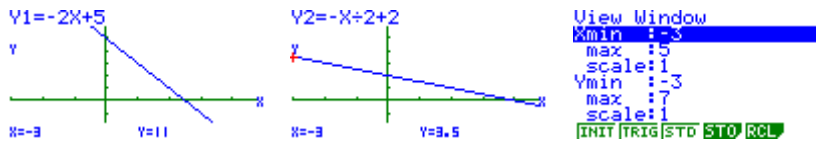
Qual te parece ser o horário de visita do Castelo?

SOLUÇÕES

1.

2.

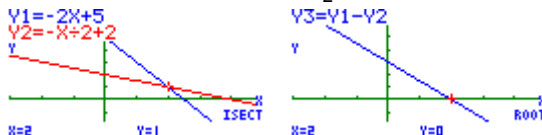
3.



4.

a) $y_1(x) = y_2(x) \Leftrightarrow -2x + 5 = -\frac{x}{2} + 2 \Leftrightarrow -4x + 10 = -x + 4 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$.

b) $y_1(x) < y_2(x) \Leftrightarrow -2x + 5 < -\frac{x}{2} + 2 \Leftrightarrow -4x + 10 < -x + 4 \Leftrightarrow 3x > 6 \Leftrightarrow x > 2$.



5.

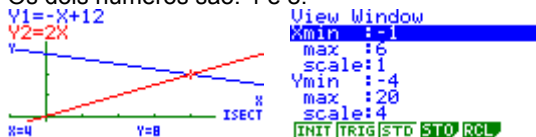
a) $\frac{x+y}{2} = 6 \Leftrightarrow y = -x + 12$.

b) 0 e 12, 2 e 10, 3 e 9 (p.e.).

c) Designando por y o maior dos números, vem:

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -x + 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 3x = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases}$$

Os dois números são: 4 e 8.



6.

a) Para que o triângulo [AOC] tenha 1,5 de área, o ponto A tem de possuir as coordenadas (1, 0).

Assim, $y = -3x + 3$ é a equação reduzida da recta AC, pois $m_{AC} = \frac{0-3}{1-0} = -3$ e C (0, 3).

b) Para que o triângulo [BOC] seja isósceles, o ponto B tem de possuir as coordenadas (3, 0).

Assim, $y = -x + 3$ é a equação reduzida da recta BC, pois $m_{BC} = \frac{0-3}{3-0} = -1$ e C (0, 3).

7.

a) Como $\vec{AB} = (0, 8) - (8, 0) = (-8, 8)$ é colinear com $\vec{u} = (-1, 1)$, então $(x, y) = (8, 0) + k(-1, 1)$, $k \in \mathbb{R}$ é uma equação vectorial da recta considerada.

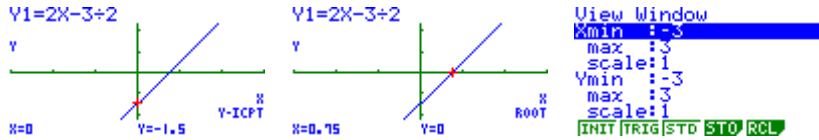
b) Logo, $y = -x + 8$ é a equação reduzida dessa recta, pois $m_{AB} = \frac{1}{-1} = -1$ e B (0, 8).

c) **Sugestão:** Utiliza o *sketch* sugerido.

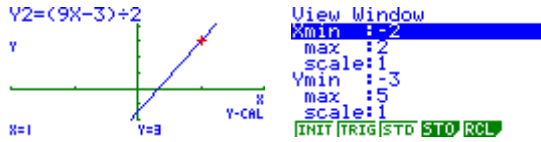
8.

a) Para $a = 4$ vem $y = 2x - \frac{3}{2}$. Donde, fazendo $x = 0$ vem $y = -\frac{3}{2}$ e fazendo $y = 0$ vem $x = \frac{3}{4}$.

Portanto, $(0, -\frac{3}{2})$ e $(\frac{3}{4}, 0)$ são as coordenadas dos pontos pedidos.



b) Para que o gráfico da função contenha o ponto considerado, as suas coordenadas $(1, 3)$ terão de verificar a expressão dada. Logo, $3 = \frac{a \times 1 - 3}{2} \Leftrightarrow a = 9$.



c) Para que a função afim $y = mx + b$ não tenha zeros, terá de ser $m = 0 \wedge b \neq 0$.

Como $f(x) = \frac{ax - 3}{2} = \frac{a}{2}x - \frac{3}{2}$, então terá de ser $\frac{a}{2} = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

d) A função afim $y = mx + b$ é estritamente crescente para $m > 0$ e estritamente decrescente para $m < 0$.

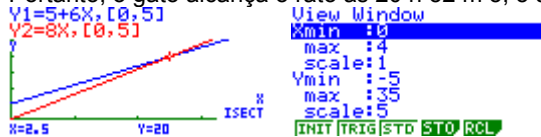
Logo, terá de ser $\frac{a}{2} < 0 \Leftrightarrow a < 0$.

9.

a) Representam as distâncias, respectivamente, do rato e do gato, ao fim de t segundos após as 20 h 52 min 3 s, relativamente ao ponto em que o gato se encontrava nesse momento.

b) O gato alcança o rato no instante em que essas distâncias se igualarem. Logo, $5 + 6t = 8t \Leftrightarrow 2t = 5 \Leftrightarrow t = 2,5$.

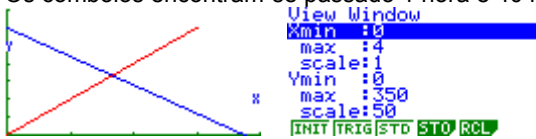
Portanto, o gato alcança o rato às 20 h 52 m 5,5 s, ou seja, 2,5 segundos após esse instante (20 metros depois).



Recorrendo às tabelas de valores geradas por essas funções poder-se-ia também tentar descobrir esse instante:



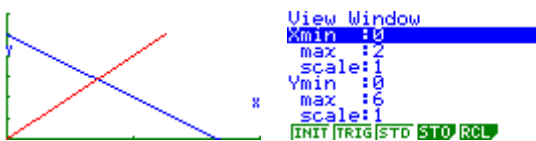
10. Os comboios encontram-se passado 1 hora e 40 minutos ($\frac{5}{3}$ da hora).



y – distância ao Porto (Km); x – tempo (h)

11. Cruzam-se, aproximadamente, às 12 h 42 m 51 s. ($12 + \frac{5}{7}$ horas)

Quando se cruzam, o Fernando está aproximadamente a 2,143 Km do Castelo. ($\frac{15}{7}$ Km)



y – distância a casa (Km); x – tempo (h)