

Escola Secundária da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

14/01/98

Mediatriz e plano mediador de um segmento de recta

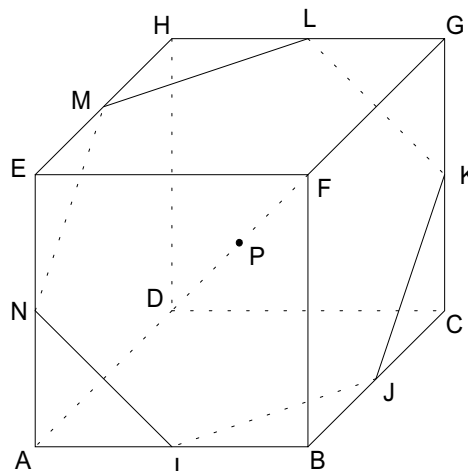
10.º Ano

Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

1. Considera o ponto A (3, 1).
Determina as coordenadas dos dois pontos do eixo dos xx que distam de A 2 unidades.
2. Considere os pontos A e B, sendo A (4, -1) e B (2, -5).
 - a) Calcula \overline{AB} .
 - b) Determina uma equação da mediatriz de [AB].
 - c) Indica as coordenadas de três pontos equidistantes de A e de B.
 - d) Determina o ponto de intersecção da recta AB com a mediatriz de [AB].
3. Mostra que se tivermos A (3, 1, 4) e B (3, 4, 1), a equação do plano mediador do segmento de recta [AB] é $y = z$ (em \mathbb{R}^3). Representa A e B num referencial e tenta desenhar o plano referido.

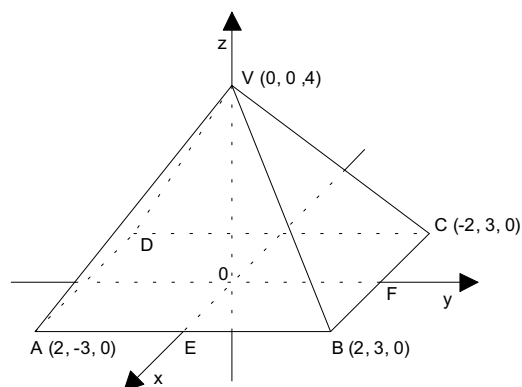
4. Na figura ao lado, os pontos I, J, K, L, M e N são os pontos médios das arestas do cubo.

- a) Mostra que cada um destes pontos é equidistante de D e de F. Que conclusões podes tirar deste facto?
- b) Sendo P o ponto médio de [DF] (o centro do cubo), mostra que são equiláteros os triângulos [PIJ], [PJK],... etc. Será regular o hexágono [IJKLMN] ?
- c) Sendo a aresta do cubo igual a 4 cm e representando o cubo num referencial de forma a obter as melhores coordenadas (considera para unidade de comprimento o centímetro), determina as coordenadas de M, K, I e P.
- d) Desenha a intersecção de plano do hexágono com os planos coordenados e determina as coordenadas dos pontos dessa intersecção situados em cada um dos eixos coordenados.



5. Observa a figura que representa uma pirâmide de base rectangular.
Determina:

- a) \overline{VF} ;
- b) \overline{VE} ;
- c) a área total da pirâmide;
- d) as coordenadas do ponto médio do segmento de recta [VD];
- e) uma equação do plano mediador de segmento de recta [VB].



6. Sejam A (-2, 0) e B (4, 3).
 Determina analiticamente e graficamente o conjunto de pontos tais que:

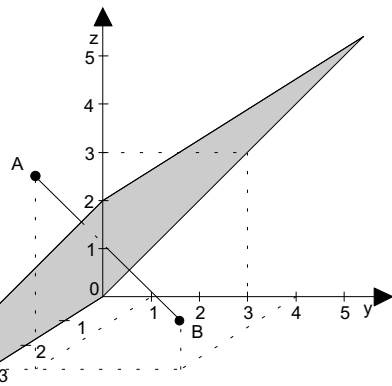
- a) São equidistantes de A e B.
- b) Distam mais de A que de B.
- c) A soma das suas distâncias a A e A' (2, 0) é 8.

SOLUÇÕES

1. $(3 + \sqrt{3}, 0)$ e $(3 - \sqrt{3}, 0)$

2.

- a) $2\sqrt{5}$
- b) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$
- c) P $(0, -\frac{3}{2})$, Q (1, -2) e R (3, -3) (p.e.)
- d) M (3, -3)



3.

- a) $\overline{FL} = \overline{FM} = \overline{FN} = \overline{FJ} = \dots = \overline{DL} = \overline{DM} = \overline{DN} = \overline{DJ} = \dots$
 Todos os triângulos com 2 vértices consecutivos do cubo e o terceiro no ponto médio de uma aresta contígua são geometricamente iguais. Cada hipotenusa corresponde a um dos comprimentos referidos acima.

Logo, qualquer um dos pontos médios assinalados é equidistante dos pontos F e D. Sendo assim, o plano que contém o hexágono é o plano mediador do segmento de recta [DF].

- b) Consideremos o triângulo [PIJ], por exemplo, e seja a a aresta do cubo.

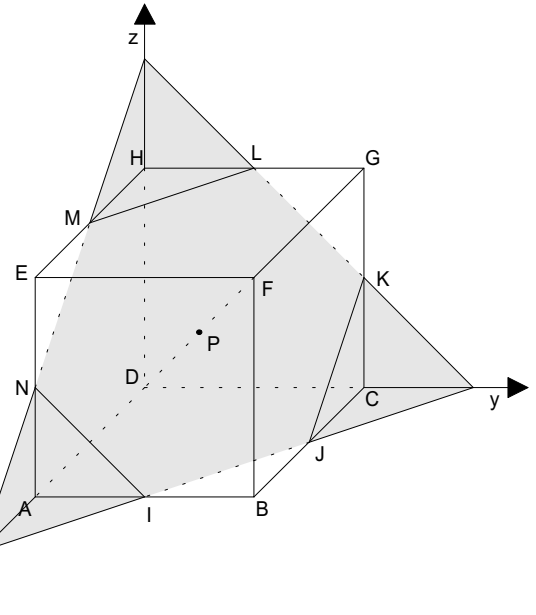
$$\overline{PI} = \frac{1}{2}\overline{LI} = \frac{1}{2}\overline{GB} = \frac{1}{2} \times a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2};$$

$$\overline{IJ} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2};$$

$$\overline{PJ} = \frac{1}{2}\overline{EB} = \frac{1}{2} \times a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Logo, o triângulo considerado é equilátero.

- c) M (2, 0, 4); K (0, 4, 2); I (4, 2, 0); P (2, 2, 2).



- d) $(6, 0, 0)$; $(0, 6, 0)$ e $(0, 0, 6)$.

5.

- a) $\sqrt{F} = 5$
- b) $\sqrt{E} = 2\sqrt{5}$
- c) $44 + 12\sqrt{5}$
- d) $(-1, -\frac{3}{2}, 2)$
- e) $-4x - 6y + 8z - 3 = 0$

6.

- a) $4x + 2y - 7 = 0$ (mediatriz de [AB])
- b) $4x + 2y - 7 > 0$
- c) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ (elipse de focos A e A')

