

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1.ª Parte

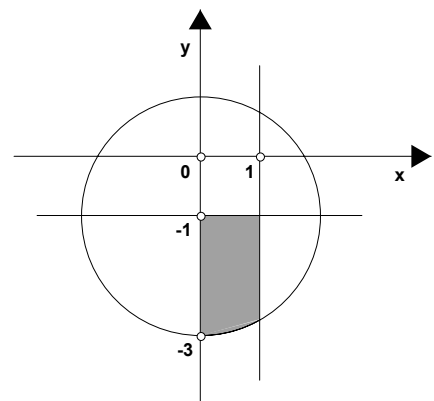
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. A figura representa uma circunferência de centro (0, -1) e duas rectas paralelas aos eixos coordenados.

Uma condição que define o domínio plano sombreado, incluindo o contorno, é:

- [A] $x^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \wedge 0 \leq y \leq 1 \wedge x \leq -1$
- [B] $x^2 + (y + 1)^2 \leq 4 \wedge 0 \leq x \leq 1 \wedge y \leq -1$
- [C] $x^2 + (y + 1)^2 \leq 4 \wedge 0 \leq y \leq 1 \wedge x \leq -1$
- [D] $x^2 + (y + 1)^2 \leq 2 \wedge 0 \leq x \leq 1 \wedge y \leq -1$



2. Num referencial ortonormado, considere os pontos $A(-3, 2)$, $B(1, 3)$ e o vector $\vec{u} = (-1, 4)$.

Os vectores \vec{AB} e \vec{u} têm:

- [A] o mesmo comprimento.
- [B] o mesmo sentido.
- [C] sentidos contrários.
- [D] a mesma direcção.

3. MATEMÁTICA VIVA - <http://www.atractor.pt/matviva/geral/modulo.html>

Observe a fotografia e considere a informação na caixa ao lado.

Qual das tiras tem maior comprimento?

- [A] A tira verde.
- [B] Depende do diâmetro das esferas
- [C] A tira vermelha.
- [D] As tiras têm igual comprimento.

4. No plano, qual dos seguintes lugares geométricos corresponde ao conjunto dos pontos equidistantes de dois pontos A e B?

- [A] Mediatriz do segmento de recta [AB].
- [B] Círculo de centro em A e raio \overline{AB} .
- [C] Recta AB.
- [D] Circunferência de centro A e raio \overline{AB} .

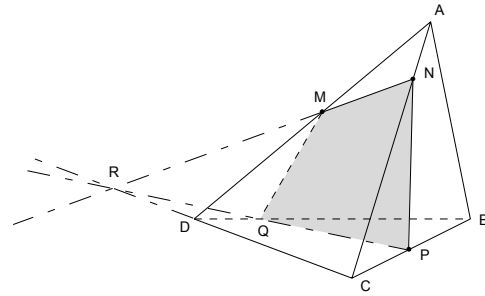
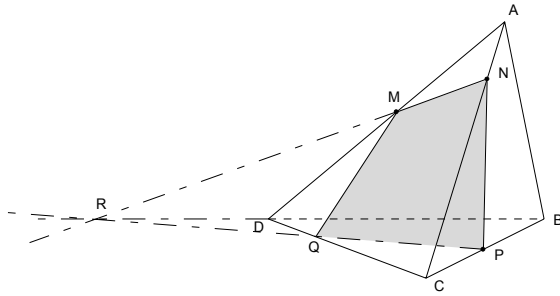
O cilindro e as esferas

Matemática Viva

O cilindro e as esferas têm uma tira vermelha (à volta do cilindro) e outra verde (ao alto com o cilindro).



5. M é um ponto de [AD], N é um ponto de [AC] e P um ponto de [BC]. Pretende-se determinar a intersecção do plano MNP com o tetraedro. Eis duas construções. O que pensa delas?



- [A] Ambas estão incorrectas. [B] Apenas está correcta a da esquerda.
 [C] Ambas estão correctas. [D] Apenas está correcta a da direita.

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Considere, num referencial ortonormado (O, \vec{i}, \vec{j}) , os pontos $P(-2, 3)$, $Q(4, -3)$ e $R(3, 2)$.

- a) Determine geometricamente o vector $\vec{w} = \vec{OP} + \vec{RQ}$.

Nota: Transcreva o referencial e os vectores para a sua prova.

- b) Determine as coordenadas do ponto N,

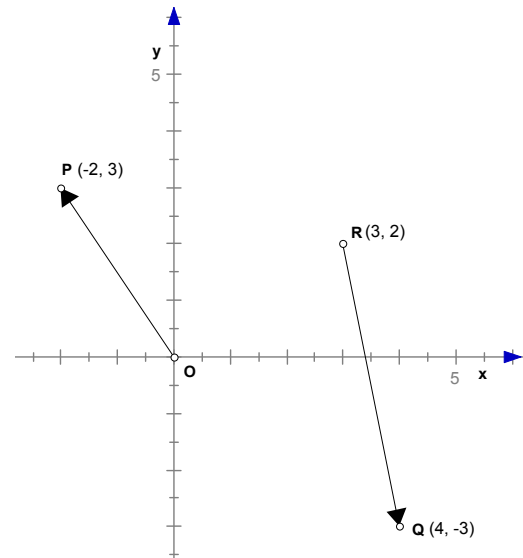
tal que $N = P - \frac{3}{2}\vec{PQ}$.

- c) Determine as coordenadas do vértice S do paralelogramo [PQRS].

- d) Determine $k \in \mathbb{R}$ de forma que sejam colineares

os vectores \vec{RQ} e $\vec{a} = -3\vec{i} + k\vec{j}$.

- e) Determine a equação reduzida (na forma $y = kx + b$) da mediatriz de [PR].

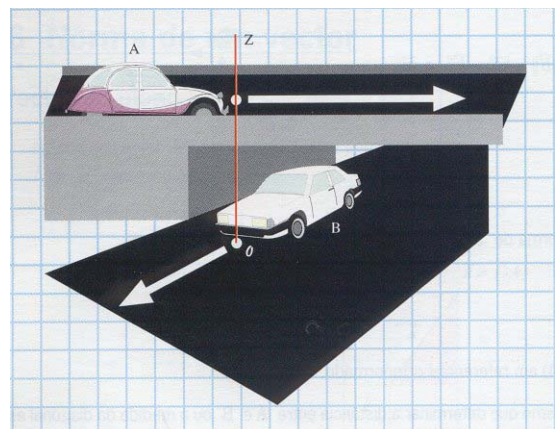


2. Duas estradas rectas e horizontais cruzam-se perpendicularmente, uma por cima e outra por baixo de uma ponte de 12 metros de altura. Num dado instante, t_0 , dois carros A e B passam exactamente um por cima do outro, isto é pela mesma vertical. Num instante posterior, t , o carro A percorreu 160 m, contados a partir do instante t_0 e o carro B percorreu 120 m também a partir do mesmo instante inicial.

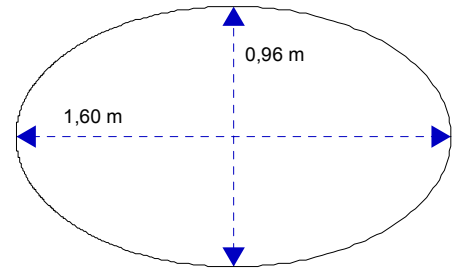
- a) Represente, num referencial ortogonal tridimensional, a posição dos dois automóveis A e B nos instantes t_0 e t .

Nota: Considere os automóveis representados pelos pontos A e B, no instante t_0 , e pelos pontos A' e B', no instante t .

- b) Que distância separa os dois carros nesse instante t ? (aproximação ao metro)



3. O Sr. Malaquias, marceneiro de profissão, recebeu uma encomenda de mesas com o tampo de forma elíptica, como se esquematiza na figura. Vai recortar o tampo de uma placa rectangular, por isso tem de desenhar a elipse com as “dimensões” pretendidas. Só conhece o “método do jardineiro” para o fazer, mas já não se lembra que tamanho de fio tem de utilizar, nem a distância que tem de deixar entre os pregos. Dê uma ajuda ao Sr. Malaquias, por forma a evitar que ele perca muito tempo em tentativas.



a) Relacionando a definição de elipse com o seu traçado pelo “método do jardineiro”, determine o comprimento (útil) do fio a utilizar, assim como a distância a considerar entre os pregos.

b) Elabore uma mensagem a enviar ao Sr. Malaquias, onde, de forma simples e clara, lhe vai dizer o que tem de fazer para desenhar a elipse que pretende.

4. No referencial ortonormado encontra-se representado um cubo seccionado pelo plano AFH e uma pirâmide [PQRV].

- R, S e T são centros das faces do cubo;
- P e Q são pontos médios das arestas a que pertencem;
- $B(2, 2, -2)$ e $V(-2, 0, 4)$.

a) Indique as coordenadas dos pontos H, Q e S.

b) Usando as letras assinaladas na figura, complete:

$$D + \vec{CB} = \dots; \quad \vec{GF} + \vec{HD} = \dots;$$

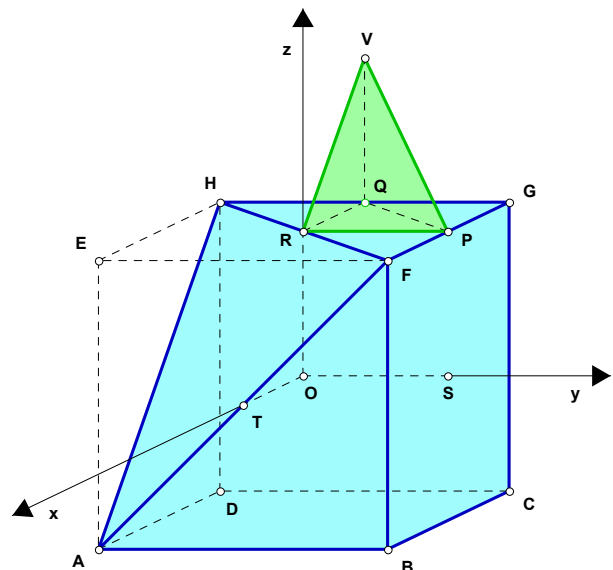
$$\vec{EF} + \vec{FA} + \vec{AE} = \dots; \quad G + (\vec{AC} - 2\vec{EG} + \vec{BC}) = \dots$$

c) Indique uma equação do plano mediador de [PR].

d) Determine a norma do vector $\vec{w} = \vec{BO} + \vec{BV}$.

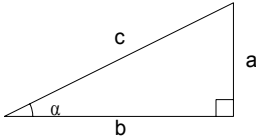
e) Defina algebricamente a esfera de diâmetro [BV].

f) Calcule o volume do sólido representado na figura (constituído pelo cubo seccionado e pela pirâmide [PQRV]), considerando que no referencial se tomou para unidade de comprimento o decímetro.



FIM

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$
Trigonometria	
	$\text{sen } 30^\circ = \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$
$\text{sen } \alpha = \frac{a}{c} \quad \text{cos } \alpha = \frac{b}{c} \quad \text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$	$\text{sen } 45^\circ = \text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$	$\text{sen } 60^\circ = \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
	$\text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{tg } 45^\circ = 1 \quad \text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$

COTAÇÕES

1.ª Parte 45 pontos

Cada resposta certa +9 pontos

Cada resposta errada -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
	5	45					

2.ª Parte 155 pontos

1. 50 pontos

- a) 10
- b) 8
- c) 10
- d) 10
- e) 12

2. 18 pontos

- a) 10
- b) 8

3. 18 pontos

- a) 10
- b) 8

4. 69 pontos

- a) 9
- b) 10
- c) 8
- d) 12
- e) 12
- f) 18

Total 200 pontos