

Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática A

14/03/2005

Turmas A e E - Prova 2

10.º Ano

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Considere a recta de equação $P = A + k \overrightarrow{AB} \wedge k \in \mathbb{R}$.

Se P pertence à semi-recta \overrightarrow{AB} , então:

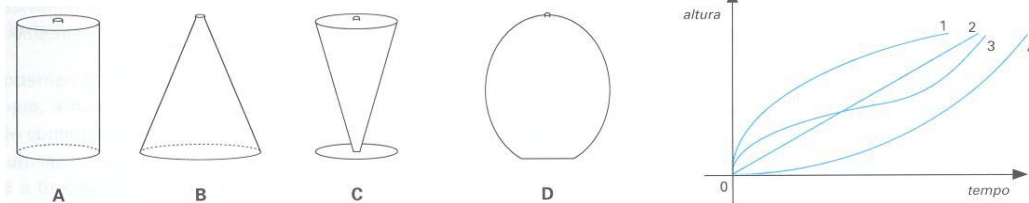
[A] $k \geq 1$

[B] $k = 1$

[C] $k \geq 0$

[D] $k \leq 0$

2. As quatro garrafas têm a mesma altura e vão ser cheias de água numa mesma torneira com caudal constante. Qual é a associação correcta entre cada garrafa e o gráfico que traduz a altura de água em função do tempo de enchimento?



[A] A-4; B-2; C-1; D-3

[B] A-2; B-3; C-1; D-4

[C] A-2; B-1; C-4; D-3

[D] A-2; B-4; C-1; D-3

3. Num referencial o.n. Oxyz, considere as rectas:

• $r: y = 3 \wedge z = 1$

• $s: x = 2 \wedge z = 2$

As duas rectas são:

[A] paralelas

[B] coincidentes

[C] concorrentes

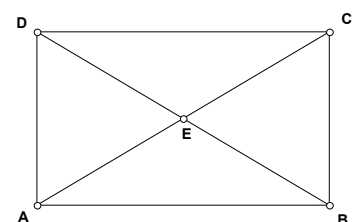
[D] não coplanares

4. A figura representa um rectângulo [ABCD] e as respectivas diagonais [AC] e [BD]. Das seguintes igualdades:

I. $\vec{A} + \vec{EC} = \vec{E}$

II. $\vec{AE} + \vec{DE} = \vec{DC}$

III. $\vec{BC} + \vec{DA} = \vec{DC} - \vec{AB}$



[A] Apenas I é verdadeira

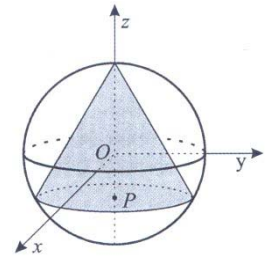
[B] Nenhuma é verdadeira

[C] Todas são verdadeiras

[D] Apenas II e III são verdadeiras

5. Num referencial o. n. Oxyz, considere a superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Um ponto P desloca-se sobre o diâmetro que está contido no eixo Oz.
 Para cada posição do ponto P, considere o cone, inscrito na superfície esférica, que tem por base o círculo cujo centro é o ponto P e que tem por vértice o ponto $(0, 0, 1)$.



Seja f a função que faz corresponder, à **cota** c do ponto P, o **volume** V do referido cone.

Qual dos seguintes gráficos pode ser o da função f ?

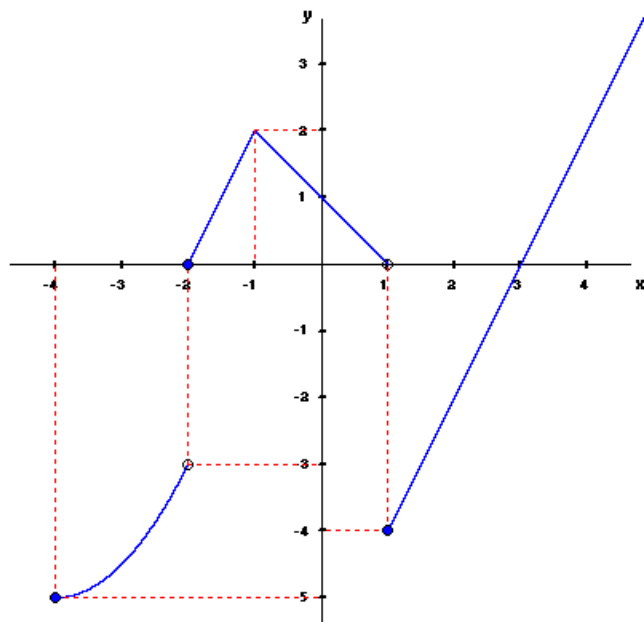


2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. No referencial ortogonal e monométrico Oxy da figura ao lado, considere a representação gráfica da função g , real de variável real.

- Indique o domínio, o contradomínio e os zeros da função.
- Indique os intervalos de monotonia e os extremos (absolutos e relativos) de g .
- Construa um quadro de sinal da função.
- Por interpretação gráfica, justifique que a equação $g(x) = -3$ admite apenas uma solução e indique-a.



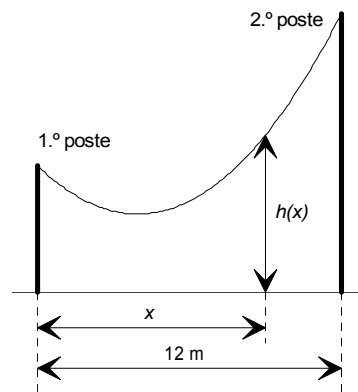
2. Seja f uma função real de variável real, contínua e de domínio $[-5, 4]$. Considere a seguinte tabela de variação dessa função:

x	-5		-1		2		4
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	3	↘	1

- Indique, justificando, se são verdadeiras ou falsas as proposições seguintes:
 - $D'_f = [-1, 3]$;
 - $f(-3) > f(3)$.
- Esboce uma possível representação gráfica de f .

3. Um fio encontra-se suspenso entre dois postes. A distância entre ambos é de 12 metros. Admita que a distância ao solo, em metros, do ponto do fio situado a x metros à direita do 1.º poste, é dada por

$$h(x) = \frac{1}{8}(x-4)^2 + 3$$

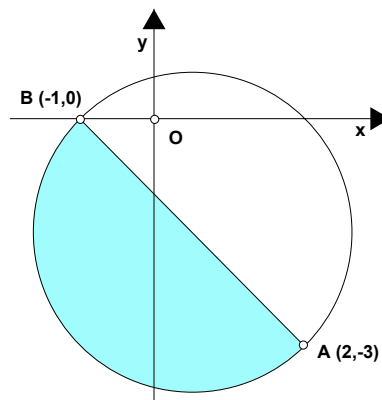


- a) Determine a altura dos postes.
- b) Utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora, determine a distância ao 2.º poste do ponto do fio que está à distância mínima do solo, assim como essa distância mínima ao solo. Descreva os procedimentos que efectuou e apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráfico(s) e coordenadas de algum(ns) ponto(s) (coordenadas arredondadas às décimas).

4. Num referencial o. n. (O, \vec{i}, \vec{j}) , considere:

- os pontos $A(2, -3)$ e $B(-1, 0)$;
- a circunferência de diâmetro $[AB]$;
- a recta r de equação $(x, y) = (1, -1) + k(4, -2) \wedge k \in \mathbb{R}$.

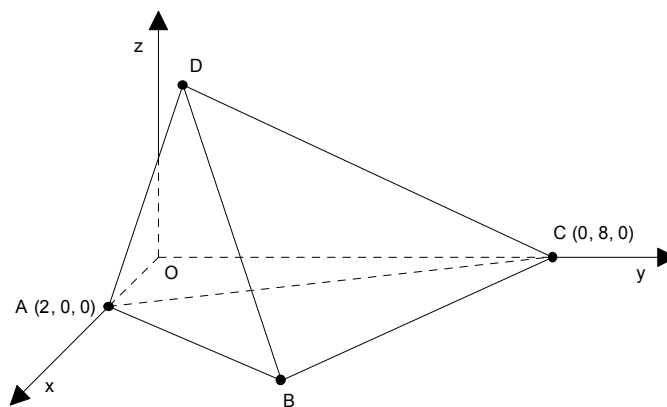
- a) Determine a equação reduzida da recta s que contém o ponto A e é paralela a r .
- b) Existe algum ponto da bissectriz dos quadrantes ímpares que pertença à recta r ? Qual?
- c) Escreva uma condição que caracterize o domínio plano colorido. (incluindo a fronteira)



5. No referencial ortonormado $Oxyz$, considere a pirâmide $[ABCD]$. Tem-se que:

- $\vec{CB} = (5, -3, 0)$
- $\vec{CD} = (1, -7, 4)$
- $A(2, 0, 0)$ e $C(0, 8, 0)$.

- a) Determine a norma de $\vec{w} = 2\vec{CB} - \vec{CD}$.
- b) Escreva uma equação vectorial da recta AD e determine as coordenadas do ponto de intersecção dessa recta com o plano coordenado yOz .



Sugestão: Comece por mostrar que $D(1, 1, 4)$.

FIM

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$	Prisma: $Área\ da\ base \times Altura$
Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$	Cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$
Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

COTAÇÕES

1.ª Parte 45 pontos

Cada resposta certa +9 pontos

Cada resposta errada -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
5	45						

2.ª Parte 155 pontos

1. 32 pontos

a) 8

b) 10

c) 8

d) 6

2. 26 pontos

a1) 6

a2) 10

b) 10

3. 27 pontos

a) 12

b) 15

4. 42 pontos

a) 12

b) 12

c) 18

5. 28 pontos

a) 12

b) 16

Total 200 pontos