

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

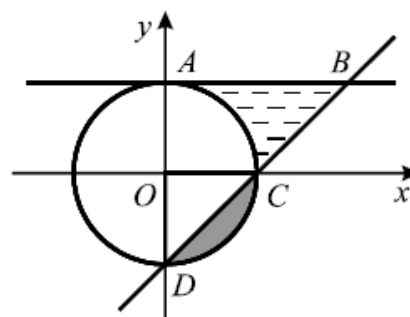
### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Na figura estão representados, em referencial o.n.  $xOy$ ,

- Os pontos A e D, pertencentes ao eixo  $Oy$ ;
- O ponto C, pertencente ao eixo  $Ox$ ;
- A circunferência de centro na origem do referencial e raio 3, que contém os pontos A, C e D;
- A recta BD, que contém o ponto C;
- A recta AB, paralela ao eixo  $Ox$ .



Estão assinaladas na figura duas regiões: uma, tracejada, no primeiro quadrante; outra, sombreada, no quarto quadrante.

Qual das condições seguintes define o domínio plano **sombreado**, incluindo a fronteira?

- |                                            |                                            |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|
| [A] $x^2 + y^2 \leq 3 \wedge y \leq x - 3$ | [B] $x^2 + y^2 \leq 9 \wedge y \geq x - 3$ |
| [C] $x^2 + y^2 \leq 9 \wedge y \leq x - 3$ | [D] $x^2 + y^2 \leq 3 \wedge y \leq x + 3$ |

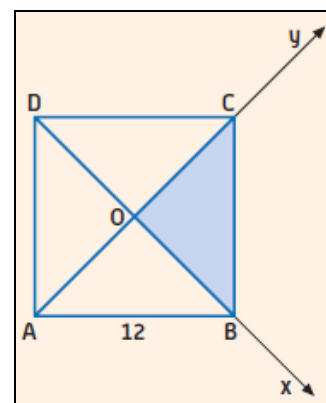
2. Na figura está representado um quadrado [ABCD], em referencial o.n.  $xOy$ . O quadrado tem centro no ponto O e 12 unidades de lado.

a) A norma do vector  $\overline{AD} - 2\overline{CO} + \overline{CB}$  é:

- |                  |                 |
|------------------|-----------------|
| [A] $12\sqrt{2}$ | [B] 12          |
| [C] 24           | [D] $\sqrt{12}$ |

b) Uma equação da mediatriz de [CD] é:

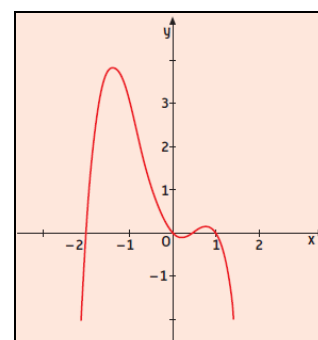
- |              |                                                    |
|--------------|----------------------------------------------------|
| [A] $y = x$  | [B] $(x, y) = (0, 0) + k(-1, 1), k \in \mathbb{R}$ |
| [C] $y = 6x$ | [D] $(x, y) = (0, 0) + k(-1, 0), k \in \mathbb{R}$ |



3. Na figura está representada a função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}$ .

A função apresenta:

- [A] Dois máximos absolutos.
- [B] Dois extremos relativos e dois zeros.
- [C] Um mínimo relativo e quatro zeros.
- [D] Três extremos e três zeros.



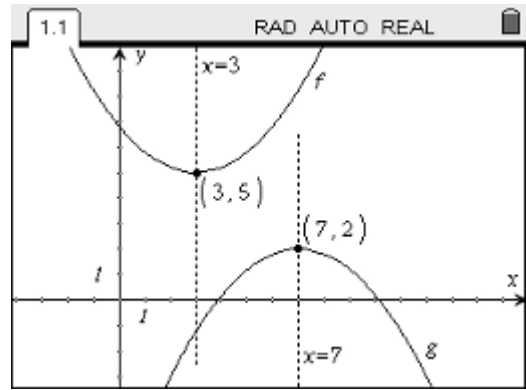
4. Na figura estão representadas, em referencial o.n.  $xOy$ , duas parábolas geometricamente iguais, que são os gráficos de duas funções quadráticas,  $f$  e  $g$ .

As rectas de equação  $x=3$  e  $x=7$  são eixos de simetria dessas parábolas.

Os vértices das duas parábolas são os pontos  $V_f$  e  $V_g$ , de coordenadas  $(3,5)$  e  $(7,2)$ , respectivamente.

Qual das expressões seguintes define a função  $g$ ?

- [A]  $g(x) = -f(x+7) + 4$       [B]  $g(x) = -f(x-7) + 4$   
 [C]  $g(x) = -f(x+4) + 7$       [D]  $g(x) = -f(x-4) + 7$



## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

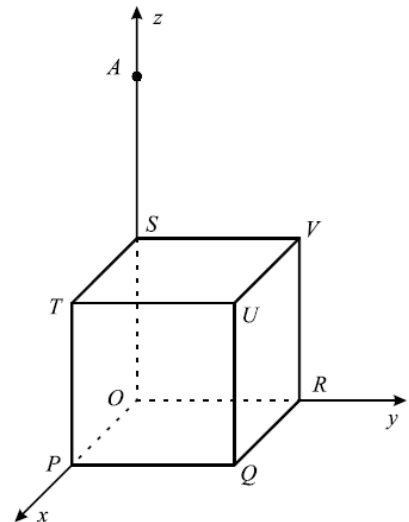
1. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , um cubo [OPQRSTUV].

A aresta [OP] está contida no semieixo positivo  $Ox$ , a aresta [OR] está contida no semieixo positivo  $Oy$  e a aresta [OS] está contida no semieixo positivo  $Oz$ .

O ponto U tem coordenadas  $(2,2,2)$ .

No eixo  $Oz$  está representado um ponto A, cuja cota é 4.

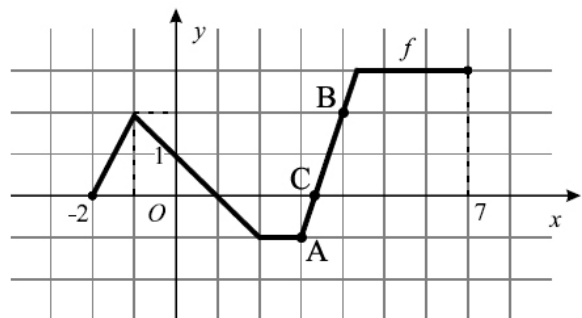
- a) Defina, por meio de uma condição, a superfície esférica que contém os oito vértices do cubo.  
 b) Reproduza a figura na sua prova. Desenhe a secção produzida no cubo pelo plano PQA e determine o seu perímetro.



2. Na figura está representado, em referencial o.n.  $xOy$ , o gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $[-2,7]$ .

Os pontos A, B e C são ponto do gráfico da função, sendo  $A(3,-1)$  e  $B(4,2)$ .

- a) Determine a equação reduzida da recta AB e, de seguida, conclua que  $C(\frac{10}{3}, 0)$ .  
 b) Construa o quadro de variação de sinal da função.  
 c) Determine o conjunto solução da condição  $f(x) = f(0)$ .

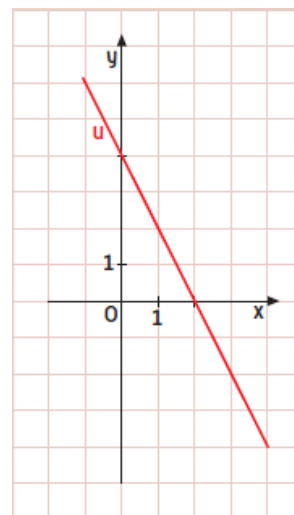


**Nota:** No caso de não ter resolvido a alínea a), considere  $y = 2x - \frac{19}{3}$  uma equação da recta AB.

3. No referencial ao lado está representada a recta  $u$ , de equação  $y = -2x + 4$ .

Considere a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = -|-2x + 4| + 3$ .

- Represente graficamente a função  $h$ .
- Resolva, analiticamente, a condição  $h(x) < -2$ .
- Defina a função  $h$  por ramos.

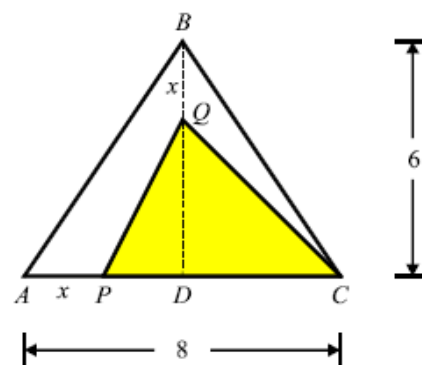


4. Na figura está representado um triângulo  $[ABC]$ , isósceles ( $\overline{AB} = \overline{BC}$ ).

Sabe-se que:

- $[BD]$  é a altura do triângulo  $[ABC]$ , relativa ao lado  $[AC]$ ;
- $\overline{BD} = 6$  e  $\overline{AC} = 8$ .

Considere que um ponto  $Q$  se desloca sobre o segmento  $[BD]$ , nunca coincidindo com  $D$ , e que um ponto  $P$  se desloca sobre o segmento  $[AC]$ , de tal forma que se tem sempre  $\overline{PA} = \overline{QB}$ .



Para cada posição do ponto  $Q$ , seja  $x$  a distância de  $Q$  a  $B$  ( $x = \overline{QB}$ ).

Seja  $f$  a função que, a cada valor de  $x$ , faz corresponder a área do triângulo  $[PQC]$ .

- Qual é o domínio e qual é o contradomínio da função  $f$ ?
- Mostre que  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 7x + 24$ .
- Escreva a expressão referida na alínea anterior na forma:  $f(x) = a(x-h)^2 + k$ .
- Considere o seguinte problema:  
"Qual o valor de  $x$  para o qual a área do triângulo  $[PQC]$  é metade da do triângulo  $[ABC]$ ?"

Equacione o problema e resolva-o recorrendo à calculadora gráfica.

Descreva os procedimentos que efectuou e apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráfico(s) e coordenadas de algum(ns) ponto(s).

**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 40 pontos

Cada questão com resposta certa ..... 8 pontos

Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada..... 0 pontos

**2.ª Parte** ..... 160 pontos

1. .... 32 pontos

a) ..... 14

b) ..... 18

2. .... 37 pontos

a) ..... 12

b) ..... 12

c) ..... 13

3. .... 41 pontos

a) ..... 13

b) ..... 15

c) ..... 13

4. .... 50 pontos

a) ..... 10

b) ..... 10

c) ..... 15

d) ..... 15

**Total 200 pontos**