Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática A

07/06/2010 **Turma A - Prova 2** **10.º Ano**

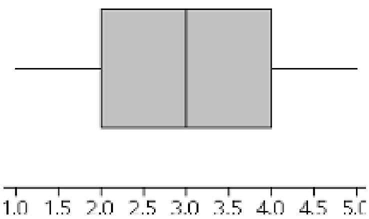
Nome: ____ *N.º:* _____ *Turma:* ___

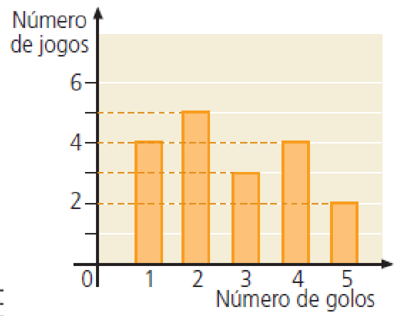
1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e <u>escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde</u>.
Atenção! *Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.*

1. O gráfico de barras mostra o número de golos marcados por jogo por uma equipa de futebol na época 2009-2010.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?





[A] A equipa realizou 20 jogos.

[B] A mediana é 2.

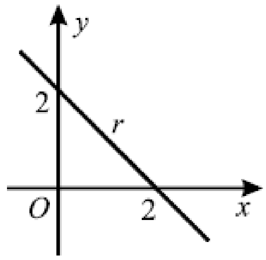
[C] A moda é 2.

[D] O diagrama de extremos e quartis da distribuição do número de golos marcados por jogo é o representado acima.

2. De uma função quadrática *f* sabe-se que o conjunto solução da inequação $f(x) \geq 0$ é o intervalo $[1, 5]$.
Qual é o contradomínio de *f* ?

[A] $[f(5), +\infty[$ **[B]** $[f(3), +\infty[$ **[C]** $]-\infty, f(1)]$ **[D]** $]-\infty, f(3)]$

3. Na figura está representada, num referencial o.n. *xOy*, a recta *r*, que intersecta o eixo *Ox* no ponto de abcissa 2 e o eixo *Oy* no ponto de ordenada 2.



Essa recta *r* é o gráfico de uma função afim *f*.

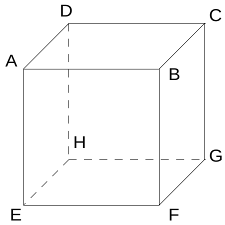
Qual das seguintes expressões define a função *g*, de domínio $\mathbb{R}$, tal que $g(x) = |f(x)|$?

[A] $g(x) = \begin{cases} -x+2 & \Leftarrow & x<2 \\ x-2 & \Leftarrow & x \geq 2 \end{cases}$ **[B]** $g(x) = \begin{cases} x-2 & \Leftarrow & x<2 \\ -x+2 & \Leftarrow & x \geq 2 \end{cases}$

[C] $g(x) = \begin{cases} -2x+2 & \Leftarrow & x<2 \\ 2x-2 & \Leftarrow & x \geq 2 \end{cases}$ **[D]** $g(x) = \begin{cases} 2x-2 & \Leftarrow & x<2 \\ -2x+2 & \Leftarrow & x \geq 2 \end{cases}$

4. Na figura está representado um cubo [ABCDEFGH].

A secção determinada no cubo pelo plano HFB é um:



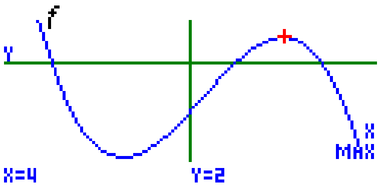
[A] rectângulo. **[B]** quadrado.

[C] pentágono. **[D]** triângulo.

5. Na figura está representada parte do gráfico de uma função *f*, polinomial do terceiro grau.

2 é um máximo relativo da função *f*.

Seja ***g*** a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = f(x-3) - 2$.
Quantos são os zeros da função ***g***?



[A] Três. **[B]** Dois. **[C]** Um. **[D]** Zero.

2.ª Parte

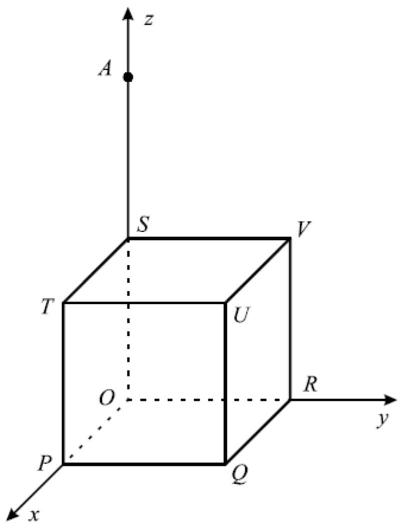
*Nas questões seguintes, apresente **o seu raciocínio de forma clara**, indicando todos **os cálculos** que tiver de efectuar e **as justificações** que entender necessárias.*

1. Na figura está representado, em referencial o.n. *Oxyz*, um cubo [OPQRSTUV].

A aresta [OP] está contida no semieixo positivo *Ox*, a aresta [OR] está contida no semieixo positivo *Oy* e a aresta [OS] está contida no semieixo positivo *Oz*.

O ponto U tem coordenadas $(2, 2, 2)$.

No eixo *Oz* está representado um ponto A, cuja cota é 4.



a) Considere as seguintes afirmações:

"O volume do cubo é triplo do volume da pirâmide [STUVA]."

"O ângulo SUR é obtuso."

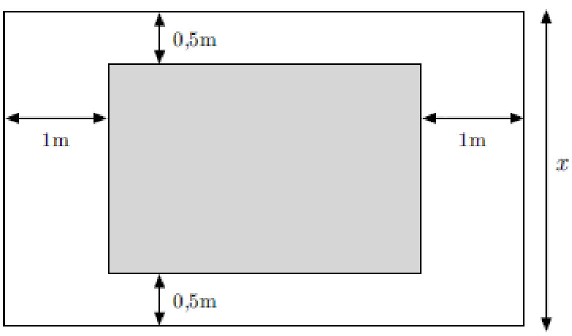
Justifique que uma das afirmações é verdadeira e a outra é falsa.

b) Defina, por meio de uma condição, a esfera de diâmetro [AU].

c) Determine uma equação vectorial da recta que contém o ponto V e é paralela à recta UA.

2. Vai ser inaugurado um mural rectangular no átrio da escola. Nesse mural, será exposta uma tapeçaria.

No projecto, ilustrado na figura, o mural está representado pelo rectângulo maior, e a tapeçaria pelo rectângulo menor, sombreado.



Cada um dos lados da tapeçaria ficará paralelo a dois lados do mural, com margens de $0{,}5\,m$ e de $1\,m$, como a figura ilustra.

Seja x a medida, em metros, de um dos lados do mural.

O mural terá $26\,m$ de perímetro.

Resolva os dois itens seguintes, usando **exclusivamente métodos analíticos**.

a) Mostre que a **área da tapeçaria**, *A*, em metros quadrados, em função de *x*, é dada por:

$$A(x) = -x^2 + 12x - 11 \quad , \; x \in \left]1, 11\right[.$$

b) Determine o valor de *x* para o qual a área da tapeçaria é máxima e calcule essa área.

3. Seja *f* a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 + 21x - 18$.

O gráfico da função *f* intersecta o eixo das abcissas em três pontos.

Designemos esses três pontos por A, B e C, sendo A o que tem menor abcissa e sendo C o que tem maior abcissa.

O ponto A tem abcissa -2 e o ponto C tem abcissa 3.

a) Sem recorrer à calculadora gráfica, determine a abcissa do ponto B.
De seguida, escreva $f(x)$ na forma $f(x) = (x-\alpha_1)(x-\alpha_2)(x-\alpha_3)^2$, sendo α_1, α_2 e α_3 os zeros da função *f*.

b) Sem recorrer à calculadora gráfica, mostre que o conjunto solução da condição $f(x) < 0$ é $S =]\alpha_1, \alpha_2[$, sendo α_1 e α_2 os dois menores zeros da função *f*.

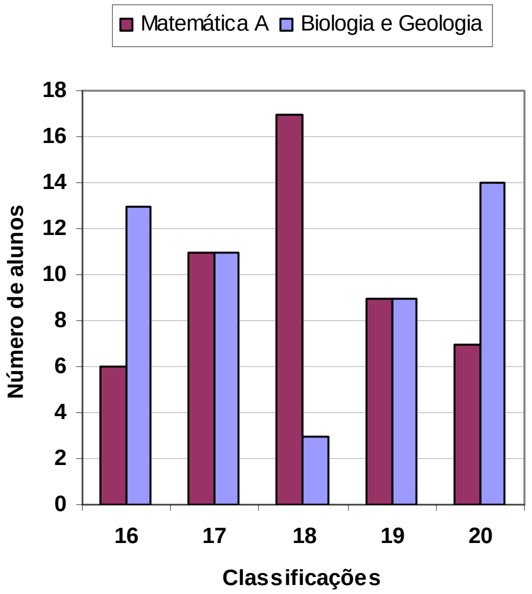
Nota: No caso de não ter resolvido a alínea anterior, considere $f(x) = (x+2)(x-2)(x-3)^2$.

c) Seja D o ponto de ordenada mínima do gráfico da função *f*.
Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine a área do triângulo [ACD].

Reproduza, na sua folha de prova, o gráfico de *f* visualizado na calculadora, depois de ter escolhido uma janela que lhe permita visualizar os três pontos relevantes para a resolução do problema proposto. Assinale esses pontos no seu gráfico.

Nota: Tenha em consideração que o ponto D tem coordenadas inteiras.

4. As classificações finais nas disciplinas de Matemática A e de Biologia e Geologia obtidas por 50 alunos de uma escola que satisfaziam as condições de acesso a um estágio, durante as férias de verão, foram tratadas estatisticamente. Desse tratamento resultou o gráfico apresentado ao lado.



a) Relativamente à disciplina de **Matemática A**, elabore uma tabela de frequências absolutas e relativas, simples e acumuladas.

b) Depois de ter calculado, para cada uma das disciplinas, a média e o desvio padrão das classificações, a Zulmira comentou: «As médias das classificações a Matemática A e a Biologia e Geologia são iguais, mas o mesmo não se passa com os desvios padrão».
Conclua que a Zulmira tem razão na sua afirmação, determinando:

b1) para a disciplina de Matemática A, a média e o desvio padrão das classificações;

b2) para a disciplina de Biologia e Geologia, a média e o desvio padrão das classificações, recorrendo ao modo estatístico da sua calculadora gráfica.
Transcreva, para a sua prova, as listas que considerou, assim como os valores que obteve para média, desvio padrão e quartis.

FIM

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\dfrac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: *Área da base* $\times$ *Altura*
Trapézio: $\dfrac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$	Cilindro: *Área da base* $\times$ *Altura*
Polígono regular: *Semiperímetro* $\times$ *Apótema*	Pirâmide: $\dfrac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*
Círculo: πr^2	Cone: $\dfrac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*
	Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$

COTAÇÕES

1.ª Parte		40 pontos
Cada questão com resposta certa	8 pontos	
Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada	0 pontos	
2.ª Parte		160 pontos
1.	42 pontos	
a)	15	
b)	15	
c)	12	
2.	28 pontos	
a)	15	
b)	13	
3.	53 pontos	
a)	20	
b)	18	
c)	15	
4.	37 pontos	
a)	12	
b1)	15	
b2)	10	
	Total	**200 pontos**