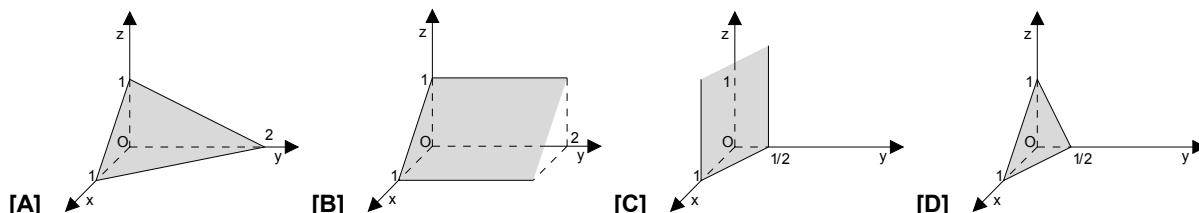




4. O conjunto de pontos  $P(x, y)$  do plano que verificam a condição  $\vec{AP} \cdot \vec{AB} = 0$ , sendo  $A(0, 2)$  e  $B(-2, 4)$ , é:

- [A] a mediatriz de  $[AB]$ .
- [B] a recta tangente à circunferência de centro em  $A$ , no seu ponto  $B$ .
- [C] a recta que contém  $A$  e é perpendicular a  $[AB]$ .
- [D] a circunferência de diâmetro  $[AB]$ .

5. A representação do plano  $\alpha: x + 2y + z = 1$  no primeiro octante de um referencial ortonormado é:



## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Considere, num referencial o. n.  $Oxyz$ , duas rectas,  $r$  e  $s$ , de equações

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z \quad \text{e} \quad (x, y, z) = (1, -1, 0) + k(2, 1, -1), \quad k \in \mathbb{R} \quad , \text{ respectivamente.}$$

- a) Justifique que as rectas  $r$  e  $s$  definem um plano.
- b) Justifique que o plano definido pelas rectas  $r$  e  $s$  é paralelo ao plano  $\alpha$ , de equação  $x - y + z = 10$ .
- c) Determine a amplitude do ângulo formado pelas rectas  $r$  e  $s$ . Apresente o resultado em graus, aproximado à unidade.
- d) Considere os planos  $\beta$  e  $\gamma$ , de equações  $2x - y - z = 9$  e  $x + 3y + 2z = 5$ , respectivamente. Resolva, classifique e interprete geometricamente a solução do seguinte sistema:

$$x - y + z = 10 \quad \wedge \quad 2x - y - z = 9 \quad \wedge \quad x + 3y + 2z = 5$$

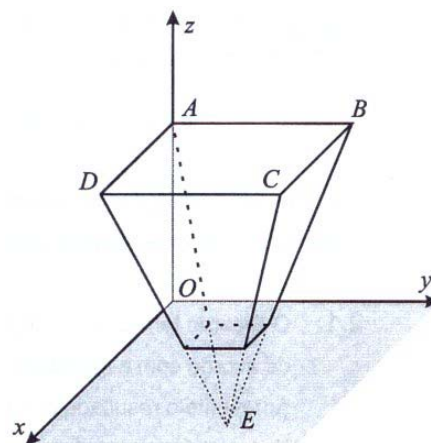
2. Na figura está representada, em referencial o. n.  $Oxyz$ , uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide está contida no plano de equação  $z = 4$ .
- O vértice  $A$  pertence ao eixo  $Oz$ .
- O vértice  $B$  pertence ao plano  $yOz$ .
- O vértice  $D$  pertence ao plano  $xOz$ .
- O vértice  $C$  tem coordenadas  $(4, 4, 4)$ .
- A altura da pirâmide é 6.

a) Mostre que uma condição que define a recta  $DE$  é

$$x - 4 = -y = \frac{z - 4}{3}.$$

b) Determine uma equação do plano que contém o ponto  $B$  e é perpendicular à recta  $DE$ .

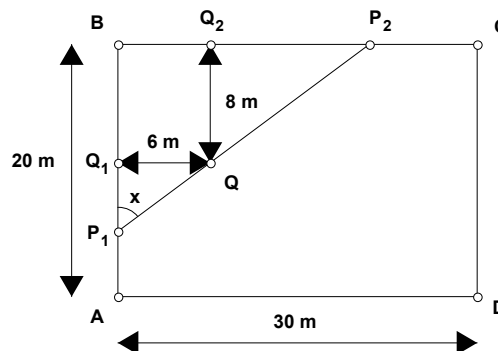


3. Na figura está representado um lago artificial de forma rectangular, com 20 metros de largura e 30 metros de comprimento.

Pretende-se construir uma ponte, ligando duas margens do lago, entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$ , ( $P_1 \in [AB]$  e  $P_2 \in [BC]$ ), tal como a figura ilustra.

A ponte tem um ponto de apoio  $Q$ , situado a 8 m de uma das margens e a 6 m da outra.

Seja  $x$  a amplitude do ângulo  $P_2P_1B$ . (em radianos)



- a) Mostre que o comprimento da ponte, em metros, é dado por

$$c(x) = \frac{8 \operatorname{sen} x + 6 \operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x}$$

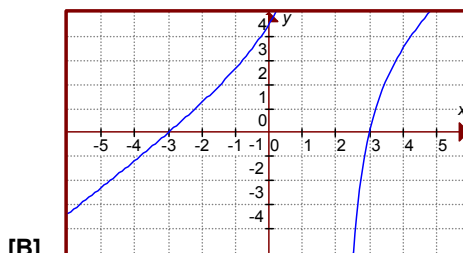
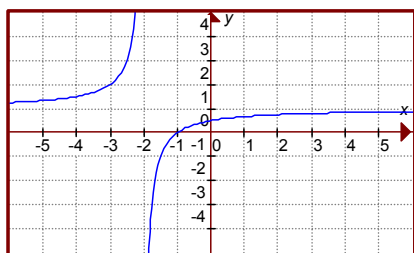
- b) Considerando que a localização de  $P_1$  e de  $P_2$  pode variar, determine o comprimento da ponte para o qual se tem  $\overline{BP_1} = \overline{BP_2}$ . Apresente o resultado em metros, arredondado às décimas.
- c) Determine entre que valores pode variar a amplitude do ângulo  $P_2P_1B$ . Apresente o resultado em radianos, com arredondamento às centésimas.
- d) Recorra à calculadora para determinar **graficamente** as soluções da equação que lhe permite resolver o seguinte problema:

*Quais são os valores de  $x$  para os quais o comprimento da ponte é 25 metros?*

Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos. Apresente os valores pedidos na forma de dízima, arredondados às centésimas.

4. Considere as funções  $f$  e  $g$ , reais de variável real, e os gráficos seguintes:

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x+2} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 2}$$



Os gráficos são representações das funções  $f$  e  $g$ , contudo, por descuido, não foram identificados. Sem recurso à calculadora gráfica, identifique-os usando dois critérios distintos.

5. A temperatura  $T$ , em graus centígrados, do forno de uma padaria varia, a partir do momento em que é ligado, de acordo com

$$T(m) = \frac{180m + 26}{1 + m}, \quad \text{com } m \text{ em minutos.}$$

- a) A que temperatura está o forno quando é ligado?  
Para que valor vai tender a estabilizar a temperatura? Justifique a sua resposta.
- b) Determine durante quanto tempo, após ter sido ligado, a temperatura do forno não é superior a  $100^\circ \text{C}$ . Recorra de seguida à calculadora para verificar **graficamente** a solução encontrada analiticamente, apresentando os elementos significativos recolhidos na utilização da mesma.

# FIM

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 45 pontos

Cada resposta certa ..... +9 pontos

Cada resposta errada ..... -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
5	45						

**2.ª Parte** ..... 155 pontos

1. .... 46 pontos

a) ..... 10

b) ..... 10

c) ..... 12

d) ..... 14

2. .... 23 pontos

a) ..... 12

b) ..... 11

3. .... 50 pontos

a) ..... 12

b) ..... 12

c) ..... 10

d) ..... 16

4. .... 8 pontos

5. .... 28 pontos

a) ..... 12

b) ..... 16

**Total      200 pontos**