

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1.ª Parte

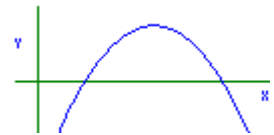
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Na figura está representada parte de uma parábola, que é o gráfico de uma certa função g , de domínio \mathbb{R} .

Seja h a função de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = g(x) \cdot (x + 3)^2$.

Qual pode ser o conjunto de zeros da função h ?



- | | |
|-----------------------|--------------------|
| [A] $\{2, 3, 4\}$ | [B] $\{-3, 1, 4\}$ |
| [C] $\{-3, 2, 3, 5\}$ | [D] $\{-1, 5, 9\}$ |

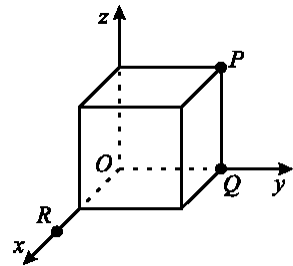
2. Na figura está representado um cubo, em referencial o. n. $Oxyz$.

Três das arestas do cubo estão contidas nos eixos do referencial.

Os pontos P e Q são dois dos vértices do cubo, pertencentes ao plano yOz .

Admita que um ponto R , partindo da origem do referencial, se desloca ao longo do semieixo positivo Ox .

Seja g a função que faz corresponder, à abscissa x do ponto R , a área da secção produzida no cubo pelo plano PQR .



Qual dos seguintes pode ser o gráfico da função g ?

- | | |
|------------|------------|
| <p>[A]</p> | <p>[B]</p> |
| <p>[C]</p> | <p>[D]</p> |

3. Um tanque tem a forma de um paralelepípedo rectângulo, com 7 m de comprimento, 5 m de largura e 4 m de altura. Admita que o tanque está vazio. Num certo instante, é aberta uma torneira que verte água para o tanque, à taxa de 2 m³ por hora, até este ficar cheio.

Qual é a função que dá a altura, em metros, da água no tanque, t horas após a abertura da torneira?

- | | |
|--|---|
| [A] $h(t) = 4 - 2t$, $t \in [0, 70]$ | [B] $h(t) = \frac{2t}{35}$, $t \in [0, 70]$ |
| [C] $h(t) = 4 - 2t$, $t \in [0, 140]$ | [D] $h(t) = \frac{2t}{35}$, $t \in [0, 140]$ |

4. Considere, num referencial o. n. $Oxyz$, o plano definido pela equação $x + 2y + 3z = 10$.
Para um certo valor real m , a condição $x = y - 2 = \frac{z}{m}$ define uma recta paralela ao referido plano.
Indique o valor de m .

[A] 1 [B] 2 [C] -1 [D] -2

5. Um navio encontra-se atracado num porto.
A distância h , de um dado ponto do casco do navio ao fundo do mar, varia com a maré.
Admita que h é dada, em função do tempo x , por $h(x) = 10 - 3 \cos(2x)$.
A distância desse ponto do casco ao fundo do mar, no momento da maré-alta, é:

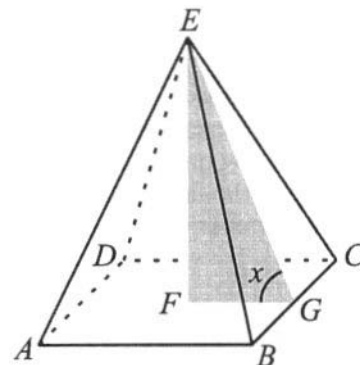
[A] 4 [B] 10 [C] 13 [D] 16

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular.
Sabe-se que:

- A base da pirâmide tem centro F de lado 2
- G é o ponto médio da aresta $[BC]$
- x designa a amplitude do ângulo FGE



- a) Mostre que a área total da pirâmide é dada, em função de x , por

$$A(x) = \frac{4 \cos x + 4}{\cos x}, \quad x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$$

- b) Determine o valor de x para o qual a área total da pirâmide é igual a 12.
c) Recorra à calculadora para determinar **graficamente** a solução do problema da alínea anterior.

Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos. Apresente o valor pedido na forma de dízima, arredondados às centésimas.

- d) Considere agora a pirâmide representada, em referencial o. n. $Oxyz$, onde:

- A base da pirâmide está contida no plano xOy
- O vértice D coincide com a origem do referencial
- O vértice A tem coordenadas $(2, 0, 0)$
- A altura da pirâmide é 4

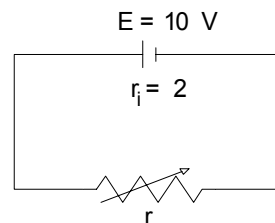
d1) Mostre que uma condição que define a recta AE é $\frac{x-2}{-1} = y = \frac{z}{4}$.

d2) Qual a intersecção da recta AE com o plano de equação $2x - y + 3z = -5$.

d3) Considere o lugar geométrico dos pontos $P(x, y, z)$, tais que $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{CP} = 0$.
Identifique esse lugar geométrico e caracterize-o através de uma equação cartesiana.

2. Para o circuito elétrico esquematizado na figura ao lado, a potência dissipada na resistência variável é dada, em Watt (W), por

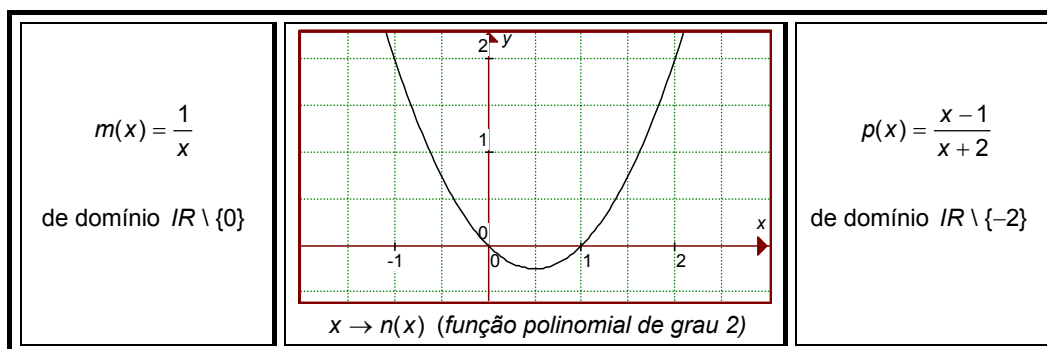
$$P(r) = \frac{100 \cdot r}{(r + 2)^2} \quad (r \geq 0, \text{ em } \Omega).$$



- a) Calcule $P(3)$ e interprete o seu significado no contexto da situação descrita.
- b) Atendendo a que $P(r) = \frac{100}{r+2} \times (1 - \frac{2}{r+2})$, justifique que $P(r) \rightarrow 0$ quando $r \rightarrow +\infty$ e interprete o seu significado no contexto da situação descrita.
- c) Determine, analiticamente, para que valores de r a potência dissipada é igual a 8 W.
- d) Recorra à calculadora para determinar **graficamente** qual a potência máxima possível de dissipar nessa resistência e para que valor de r isso acontece.

Apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos. Apresente o valor pedido na forma de dízima, arredondados às décimas.

3. Considere as seguintes três funções, reais de variável real, assim definidas:



- a) Determine $(m+n)(-1)$ e $(p \circ n)(2)$.
- b) Caracterize a função $m \circ p$.
- c) Mostre que $n(x) = x^2 - x$ e, seguidamente, caracterize a função $\frac{p}{n}$.
- d) Resolva a condição $p(x) \geq m(x)$.

FIM

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

COTAÇÕES

1.ª Parte 45 pontos

Cada resposta certa +9 pontos

Cada resposta errada -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
5	45						

2.ª Parte 155 pontos

1. 66 pontos

a) 12

b) 12

c) 12

d1) 8

d2) 12

d3) 10

2. 41 pontos

a) 7

b) 8

c) 14

d) 12

3. 48 pontos

a) 8

b) 12

c) 14

d) 14

Total 200 pontos