

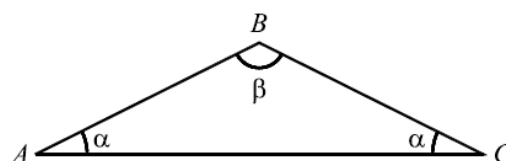
Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Na figura está representado um triângulo [ABC] com dois ângulos de amplitude  $\alpha$  e um ângulo de amplitude  $\beta$ .



Qual das igualdades seguintes é verdadeira, para qualquer triângulo nestas condições?

[A]  $\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = -\text{sen}\alpha$

[B]  $\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = \text{sen}\alpha$

[C]  $\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = -\cos\alpha$

[D]  $\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = \cos\alpha$

2. De um ângulo  $\beta$ , sabe-se que  $\text{tg}(4\pi + \beta) > 0$  e que  $\cos(-\beta) < 0$ .

A que quadrante pertence  $\beta$ ?

[A] 4.º quadrante

[B] 3.º quadrante

[C] 2.º quadrante

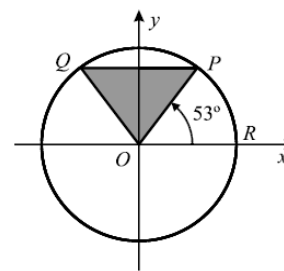
[D] 1.º quadrante

3. Na figura está representado, em referencial o. n.  $xOy$ , o círculo trigonométrico.

Os pontos P e Q pertencem à circunferência, sendo a recta PQ paralela ao eixo Ox.

O ponto R pertence ao eixo Ox.

O ângulo ROP tem  $53^\circ$  de amplitude.



Qual é a área do triângulo [OPQ] (valor aproximado às décimas)?

[A] 0,7

[B] 0,6

[C] 0,5

[D] 0,4

4. Seja  $\theta$  um valor pertencente ao intervalo  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ .

Qual das expressões seguintes designa um número real positivo?

[A]  $\text{sen}\theta \times \text{tg}\theta$

[B]  $\cos\theta - \text{sen}\theta$

[C]  $\text{sen}\theta \times \cos\theta$

[D]  $\text{sen}\theta - \text{tg}\theta$

5. O ângulo generalizado do 2.º quadrante cujo seno é igual a  $\cos\frac{\pi}{6}$  pode ser definido por:

[A]  $150^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

[B]  $145^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

[C]  $135^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

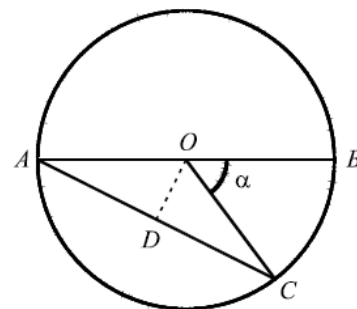
[D]  $120^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Na figura está representada uma circunferência de centro O.  
Sabe-se que:

- [AB] é um diâmetro da circunferência, sendo  $\overline{AB} = 10$  cm;
- O ponto C pertence à circunferência;
- $\alpha$  é a amplitude do ângulo COB, sendo  $\alpha = 70^\circ$ ;
- [OD] é perpendicular a [AC].



- a) Justifique que  $\widehat{BAC} = 35^\circ$ .
- b) Determine o comprimento da corda [BC], com aproximação ao milímetro.
- c) Mostre que, em  $\text{cm}^2$ , a área do triângulo [AOC] pode ser expressa por  $A_{\text{AOC}} = 25 \times \cos^2 35^\circ \times \text{tg } 35^\circ$ .

2.

- a) Sem recorrer à calculadora, determine o valor exacto de:

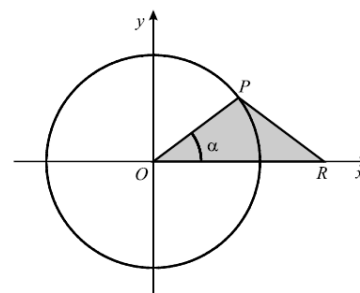
$$\cos \frac{19\pi}{4} + \text{sen} \left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \text{tg} \frac{37\pi}{6} - \cos \left(-\frac{13\pi}{6}\right).$$

- b) Exprima em função das razões trigonométricas de  $\alpha$  a seguinte expressão:

$$E(\alpha) = \cos \left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 2 \text{sen} \left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + \text{tg} (16\pi - \alpha) - \text{sen} (7\pi - \alpha).$$

3. Na figura está representado um círculo de centro em O e um triângulo [POR].

- O ponto P desloca-se ao longo da circunferência, no primeiro quadrante.
- O ponto R desloca-se ao longo do eixo Ox, de tal modo que o triângulo [POR] é sempre isósceles.
- $\overline{OP} = 2$ .
- Seja  $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$  a amplitude, em radianos, do ângulo ROP.

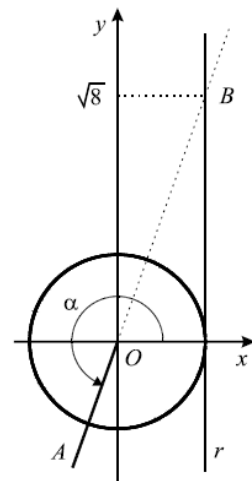


- a) Mostre que o perímetro do triângulo [POR] é dado por  $P(\alpha) = 4(1 + \cos \alpha)$ .
- b) Determine o valor de  $\alpha$  para o qual o perímetro do triângulo é  $4 + 2\sqrt{3}$ .
- c) Para um certo valor de  $\alpha$ , sabe-se que  $\text{sen} \alpha = \frac{3}{5}$ .  
Determine, para esse valor de  $\alpha$ , o perímetro do triângulo [POR].

4. Na figura junta estão representados, em referencial o. n.  $xOy$ :

- o círculo trigonométrico;
- a recta  $r$ , de equação  $x = 1$ ;
- o ângulo, de amplitude  $\alpha$ , que tem por lado origem o semieixo positivo  $Ox$  e por lado extremidade a semi-recta  $\hat{O}A$ ;
- o ponto  $B$ , intersecção do prolongamento da semi-recta  $\hat{O}A$  com a recta  $r$ .

Como a figura sugere, a ordenada de  $B$  é  $\sqrt{8}$ .



a) Sem recorrer à calculadora, mostre que:

$$6 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 3 \operatorname{sen}(3\pi - \alpha) = 2(\sqrt{2} - 1).$$

b) Admita, agora, que o ponto  $B$ , solidariamente com a recta  $AO$ , se desloca continuamente ao longo da recta  $r$ , alternadamente, em cada um dos sentidos.

Nesta situação, a amplitude do ângulo considerado assumirá todos os valores do intervalo  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ .

Mostre que  $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \alpha$ ,  $\forall \alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ .

**Sugestão:** Tenha em consideração que  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha}$ ,  $\forall \alpha \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 40 pontos

Cada questão com resposta certa ..... 8 pontos

Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada..... 0 pontos

**2.ª Parte** ..... 160 pontos

1. .... 40 pontos

a) ..... 8

b) ..... 14

c) ..... 18

2. .... 40 pontos

a) ..... 20

b) ..... 20

3. .... 40 pontos

a) ..... 12

b) ..... 14

c) ..... 14

4. .... 40 pontos

a) ..... 25

b) ..... 15

**Total**      **200 pontos**