

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

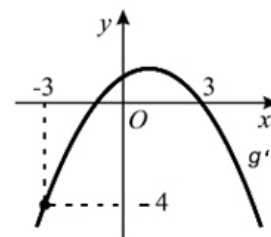
1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Seja g uma função de domínio \mathbb{R} , com derivada finita no seu domínio.

Na figura junta encontra-se parte do gráfico de g' , função derivada de g .
Sabe-se ainda que $g(0) = 5$.



Qual pode ser o valor de $g(2)$?

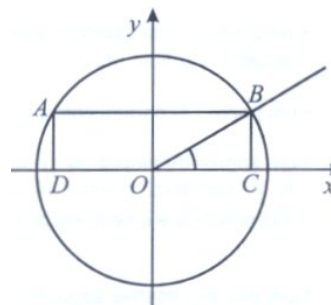
- | | |
|-------|-------|
| [A] 1 | [B] 2 |
| [C] 5 | [D] 7 |

2. Na figura está representado o círculo trigonométrico e um rectângulo [ABCD].

O lado [CD] está contido no eixo das abcissas.
Os vértices A e B pertencem à circunferência.

Seja α a amplitude do ângulo BOC.

A área do rectângulo [ABCD] é igual a



- | | |
|---|--|
| [A] $2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$ | [B] $2 \cdot \operatorname{sen} \alpha$ |
| [C] $2 \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ | [D] $2 \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$ |

3. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere os planos $\alpha : x - y + z = 2$ e $\beta : 3x - 3y + 3z = 1$.

A intersecção dos planos α e β é

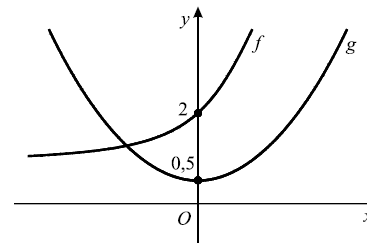
- | | | | |
|----------------------|--------------|---------------|--------------|
| [A] o conjunto vazio | [B] um ponto | [C] uma recta | [D] um plano |
|----------------------|--------------|---------------|--------------|

4. Na figura estão representadas, em referencial o.n. xOy , partes dos gráficos de duas funções, f e g , contínuas em \mathbb{R} .

Tal como a figura sugere:

- Nenhum dos gráficos intersecta o eixo Ox ;
- Os gráficos de g e de f intersectam o eixo Oy nos pontos de ordenadas 0,5 e 2, respectivamente.

Apenas uma das equações seguintes é impossível. Qual delas?



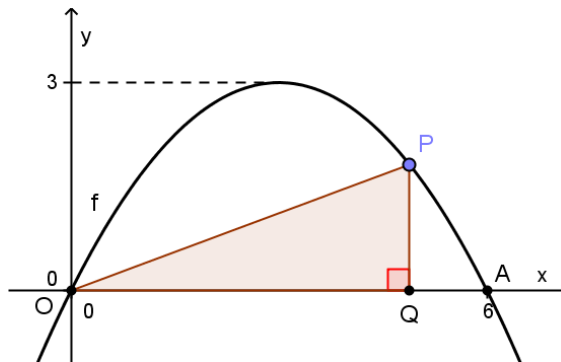
- | | | | |
|-----------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------------------|
| [A] $f(x) + g(x) = 0$ | [B] $f(x) \times g(x) = 1$ | [C] $f(x) - g(x) = 0$ | [D] $\frac{f(x)}{g(x)} = 1$ |
|-----------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------------------|

2. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy , uma parte do gráfico de uma função quadrática f e um triângulo rectângulo [OPQ].

Tal como a figura sugere, os pontos O e A são pontos de intersecção do gráfico de f com o eixo das abcissas e a recta PQ é perpendicular a este eixo.

Sabe-se ainda que:

- O ponto Q pertence ao eixo Ox ;
- O ponto A tem abcissa 6;
- O vértice da parábola tem ordenada 3.



Admita que o ponto P se desloca no arco de parábola, entre a origem e o ponto A, nunca coincidindo com qualquer destes pontos. Com o movimento do vértice P, o vértice Q desloca-se no eixo Ox , de tal forma que o triângulo [OPQ] permanece sempre rectângulo.

Seja x a **abcissa do ponto P**.

- a) Seja $A(x)$ a área do triângulo [OPQ], em função de x (com $x \in]0,6[$).

Mostre que $A(x) = x^2 - \frac{x^3}{6}$.

Sugestão: Comece por obter uma expressão analítica da função f .

- b) Utilizando a função derivada de A e recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função A quanto à monotonia, conclua qual é o valor de x para o qual é máxima a área do triângulo e determine essa área máxima.

- c) Considere o seguinte problema:

Quais os valores de x para os quais a área do triângulo [OPQ] é numericamente igual a \overline{OQ} ?

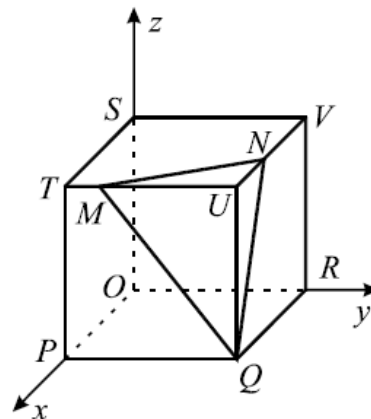
Traduza o problema por meio de uma condição e, utilizando a sua calculadora, resolva-a graficamente. Apresente os valores pedidos arredondados às milésimas.

Apresente na sua resposta os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas relevantes de alguns pontos.

3. Na figura está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo [OPQRSTUV] de aresta 5.

Sabe-se ainda que:

- O vértice O do cubo coincide com a origem do referencial;
- Os vértices P, R e S do cubo pertencem aos semieixos positivos Ox , Oy e Oz , respectivamente;
- O triângulo escaleno [MNQ] é a secção produzida pelo plano α de equação $10x + 5y + 4z = 75$.



- a) Escreva uma equação vectorial da recta que passa por N e é perpendicular ao plano α .

- b) Usando o produto escalar de dois vectores, determine a amplitude do ângulo TQV.

- c) Considere a superfície esférica \mathcal{E} , de equação $(x-5)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Para um certo valor de β pertencente ao intervalo $]0, \frac{\pi}{2}[$, o ponto A de coordenadas $(5 - \text{sen } \beta, \text{tg } \beta, \cos \beta)$ pertence à superfície esférica \mathcal{E} . Determine os valores numéricos das coordenadas do ponto A.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte 40 pontos

Cada questão com resposta certa 8 pontos

Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada..... 0 pontos

2.ª Parte 160 pontos

1. 60 pontos

a) 16

b) 15

c) 13

d) 16

2. 54 pontos

a) 18

b) 18

c) 18

3. 46 pontos

a) 14

b) 16

c) 16

Total 200 pontos

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$	Prisma: $Área\ da\ base \times Altura$
Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$	Cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$
Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$