Escola Secundária da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

10/11/98 **Turma A - Provas 1 e 2** **11.º Ano**

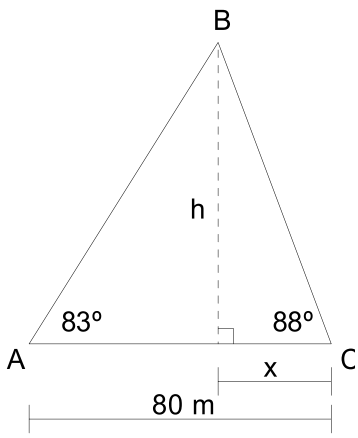
Nome: ______________________________ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1.ª Parte

	1[1]	2[2]	3[3]	4[4]	5[5]
Questão	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Prova 1	**C**	**D**	**B**	**B**	**A**
Questão	*3*	*4*	*2*	*5*	*1*
Prova 2	**C**	**A**	**C**	**D**	**B**

2.ª Parte

1. De acordo com os elementos da figura ao lado, temos:



$$\begin{cases} tg88^o = \dfrac{h}{x} \\ tg83^o = \dfrac{h}{80-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{h}{tg88^o} \\ 80 - x = \dfrac{h}{tg83^o} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{h}{tg88^o} \\ x = 80 - \dfrac{h}{tg83^o} \end{cases}$$

Logo,

$$\frac{h}{tg88^o} = 80 - \frac{h}{tg83^o} \Leftrightarrow h \times tg83^o = 80 \times tg83^o \times tg88^o - h \times tg88^o$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{80 \times tg83^o \times tg88^o}{tg83^o + tg88^o}$$

Sendo, então, $h = 507{,}28$ (2 c.d.).

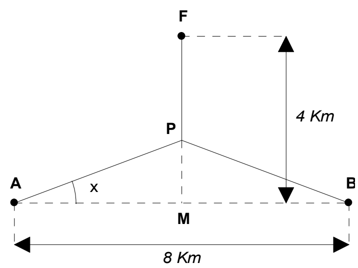
No momento em que foi feita a observação, o balão encontra-se aproximadamente a uma altura de 507 metros.

2.

a) Sendo $\cos x = \dfrac{\overline{MA}}{\overline{PA}}$, então $\overline{PA} = \dfrac{\overline{MA}}{\cos x} \Leftrightarrow \overline{PA} = \dfrac{4}{\cos x}$.

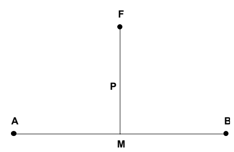
Sendo $tgx = \dfrac{\overline{PM}}{\overline{MA}}$, então $\overline{PM} = \overline{MA} \times tgx = 4tgx$ e, portanto, $\overline{FP} = \overline{FM} - \overline{PM} = 4 - 4tgx$.

Assim,



$$\begin{aligned} c(x) &= \overline{FP} + \overline{PA} + \overline{PB} \\ &= 4 - 4tgx + \frac{4}{\cos x} + \frac{4}{\cos x} \\ &= 4 - 4 \times \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + \frac{4}{\cos x} + \frac{4}{\cos x} \\ &= 4 + \frac{8 - 4\operatorname{sen} x}{\cos x} \end{aligned}$$

b) $c(0) = 4 + \dfrac{8 - 4 \times 0}{1} = 12$.



Na situação de a amplitude do ângulo PAM ser de 0º $(x = 0)$, a canalização toma a forma de um T invertido (um cano de F a M, outro de M a A e outro de M a B) e o seu comprimento é de 12 Km.

c) *Por exemplo*: Trabalhando no sistema sexagesimal, definiu-se a função *c* e considerou-se $[0, 45] \times [9, 12]$ para janela de visualização. Usando o comando *Trace* (em alternativa, poderiam ser usados os comandos *G-Solve* e *MIN*) procurou-se o mínimo da função no intervalo considerado, tendo-se obtido os seguintes valores: $x = 30{,}0$ e $y = 10{,}93$.

Portanto, o comprimento mínimo da canalização é aproximadamente 10,93 Km, que é obtido para uma amplitude de 30º (é o valor exacto do minimizante) para o ângulo PAM.

3. Neste dia, a altura da maré alta foi de 3,3 metros.
Resolvamos, portanto a equação $h(t) = 3{,}3$:

$$2{,}2 + 1{,}1 \times \text{sen}(0{,}5 \times t + 3) = 3{,}3 \Leftrightarrow \text{sen}(0{,}5 \times t + 3) = 1$$
$$\Leftrightarrow 0{,}5 \times t + 3 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z$$
$$\Leftrightarrow t = -6 + \pi + 4k\pi,\ k \in Z$$

Tendo o gráfico em consideração, os valores procurados são dois e pertencem ao intervalo [0, 24]. Assim,

$$k = 1 \Rightarrow t = -6 + 5\pi \approx 9{,}708 \rightarrow t = 9\,h\ 42\,min$$

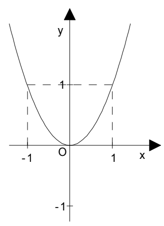
$$k = 1 \Rightarrow t = -6 + 9\pi \approx 22{,}274 \rightarrow t = 22\,h\ 16\,min$$

Neste dia, a maré alta ocorreu às 9h 42min e às 22h 16min aproximadamente.

4. Como $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, então $\text{sen}\,\alpha = -\sqrt{1 - (\frac{5}{13})^2} = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}$.

Assim, $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) - \text{sen}(3\pi + \alpha) + tg(\pi - \alpha) = \text{sen}(-\alpha) + \text{sen}\,\alpha + tg(-\alpha) = -\text{sen}\,\alpha + \text{sen}\,\alpha - tg\alpha = -\frac{-\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{12}{5}$.

5. Quando x assume todos os valores do intervalo $]-\pi, 0]$, $\cos x$ assumirá todos os valores do intervalo $]-1, 1]$. Portanto, os valores de *k* terão de satisfazer a condição $-1 < k^2 \leq 1$, cujo conjunto-solução é imediato (se tivermos em consideração a função quadrática $y = x^2$, cujo gráfico se representa na figura ao lado). Assim, $k \in [-1, 1]$.



FIM

---

(1) Tendo em consideração a definição de radiano, conclui-se que a um ângulo ao centro com a amplitude de 2 radianos corresponde um arco de circunferência com comprimento duplo do do raio dessa circunferência.

(2) A afirmação $\text{sen}(90º - a) = \cos(-a)$ é verdadeira, pois $\text{sen}(90º - a) = \cos a = \cos(-a)$.
A afirmação $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ é falsa, pois $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
A afirmação $\text{sen}\,70º > \text{sen}\,50º$ é verdadeira (confirme no círculo trigonométrico).
A afirmação $1 + tg^2 x = \frac{1}{\text{sen}^2 x}$ é falsa, pois dividindo ambos os membros da fórmula fundamental da trigonometria por $\cos x$ obtém-se $1 + tg^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

(3) A razão entre os perímetros será a existente entre os respectivos raios (porquê?). Considerando o triângulo rectângulo desenhado, temos $\cos 23º = \frac{\text{raio do paralelo das Canárias}}{\text{raio da Terra}}$, logo $\frac{\text{raio do paralelo das Canárias}}{\text{raio da Terra}} \approx 0{,}92$.

(4) $$\text{sen}^2(\frac{\pi}{6}) + \text{sen}^2(\frac{\pi}{3}) + \frac{\text{sen}(\frac{3\pi}{2} + x)}{\cos(\frac{\pi}{2} + x)} = \text{sen}^2(\frac{\pi}{6}) + \cos^2(\frac{\pi}{6}) + \frac{-\text{sen}(\frac{\pi}{2} + x)}{\text{sen}(-x)} = 1 + \frac{-\cos(-x)}{-\text{sen}\,x} = 1 + \frac{\cos x}{\text{sen}\,x} = \frac{\text{sen}\,x + \cos x}{\text{sen}\,x}.$$

(5) $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \text{sen}\,120º$. Logo, $120º + k.360º$ define o ângulo generalizado em questão.

O Professor