



2.

a)  $T(0) = 20 + 0 + \frac{500}{-35} = 5,71$  (2 c.d.) e  $T(24) = 20 + 24 + \frac{500}{24-35} = -1,45$  (2 c.d.).

Como  $T(24) < T(0)$ , foi mais baixa a temperatura do ar na passagem do dia 1 para o dia 2 de Janeiro.

b)

$$T(h) > 10 \Leftrightarrow 20 + h + \frac{500}{h-35} > 10$$

$$\Leftrightarrow 10 + h + \frac{500}{h-35} > 10 \qquad h^2 - 25h + 150 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 600}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10h - 350 + h^2 - 35h + 500}{h-35} > 0 \qquad \Leftrightarrow h = \frac{25 \pm 5}{2}$$

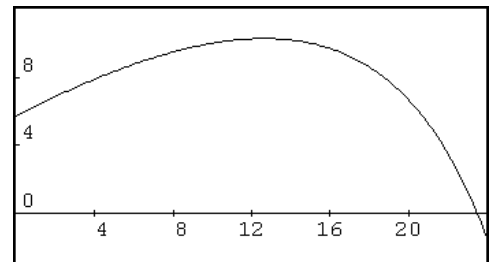
$$\Leftrightarrow \frac{h^2 - 25h + 150}{h-35} > 0 \qquad \Leftrightarrow h = 10 \vee h = 15$$

$$\Leftrightarrow \frac{(h-10)(h-15)}{h-35} > 0$$

$h$	0		10		15		24
$h^2 - 25h + 150$	+	+	0	-	0	+	+
$h - 35$	-	-	-	-	-	-	-
$\frac{h^2 - 25h + 150}{h - 35}$	-	-	0	+	0	-	-

Como a função foi definida para  $0 \leq t \leq 24$ , podemos concluir que a temperatura do ar nesse dia foi superior a 10 °C entre as 10 e as 15 horas, exclusive.

c) Depois de definir a função  $y = 20 + x + 500/(x - 35)$  e a janela de visualização  $[0, 24] \times [-3, 12]$ , construiu-se o gráfico e usando o comando TRACE constatou-se que a temperatura máxima ocorreu pouco depois das 12 horas. Pretendendo-se uma maior aproximação, utilizou-se o comando G-SOLV+MAX e obteve-se para maximizante o valor  $x = 12,639$  (3 c.d.). (Em alternativa, poder-se-ia fazer um ZOOM conveniente e depois utilizar novamente o comando TRACE ou criar uma tabela de valores adequados à aproximação pedida).



Portanto, nesse dia foi máxima a temperatura do ar às 12 horas e 38 minutos, aproximadamente.

2.

a) Designando por  $V'$  a projecção do ponto  $V$  sobre o plano  $xOy$ , será  $\overline{VV'} = 12$  (valor da cota de  $V$ ). Dado que  $\overline{VM} = \overline{UQ}$ , então  $M$  é o ponto médio de  $[VV']$ . Assim, sendo  $M(3, 3, 6)$  será  $\overline{UQ} = \overline{MV'} = 6$ . Como a medida da aresta do cubo é 6 unidades, então  $U(6, 6, 6)$  e, portanto,  $\overline{UV} = \sqrt{(6-3)^2 + (6-3)^2 + (12-6)^2} = \sqrt{9+9+36} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ .

b) Sendo  $N(6, 0, 0)$ ,  $U(6, 6, 6)$  e  $V(3, 3, 12)$ , será  $\vec{NU} = (0, 6, 6)$  e  $\vec{NV} = (-3, 3, 12)$ .

Designado por  $\vec{n}_\alpha = (a, b, c)$  um vector genérico normal ao plano  $NUV$  ( $\alpha$ ), será:

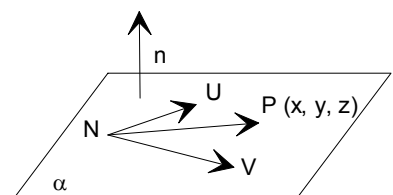
$$\begin{cases} (a, b, c) \cdot (0, 6, 6) = 0 \\ (a, b, c) \cdot (-3, 3, 12) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6b + 6c = 0 \\ -3a + 3b + 12c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -c \\ -3a + 9c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -c \\ a = 3c \end{cases}$$

Assim,  $\vec{n} = (3, -1, 1)$  (por exemplo, para  $c = 1$ ) é um vector normal ao plano  $NUV$ .

Designado  $P(x, y, z)$  um ponto genérico do plano, os vectores  $\vec{NP}$  e  $\vec{n}$  são perpendiculares, logo:

$$(x-6, y-0, z-0) \cdot (3, -1, 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 18 - y + z = 0.$$

Portanto,  $3x - y + z = 18$  é uma equação cartesiana do plano  $NUV$ .



c) Sendo o plano  $PTU$  definido pela condição  $y = 6$ , então  $\begin{cases} 3x - y + z = 18 \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3x + 24 \\ y = 6 \end{cases}$  define de forma cartesiana a recta pretendida. Portanto, além do ponto  $U$ , é ponto desse plano o ponto  $E(0, 6, 24)$  (p.e.).

Assim,  $(x, y, z) = (6, 6, 6) + k(6, 0, -18)$ ,  $k \in \mathbb{R}$  é uma equação vectorial da recta pedida.

d) Começemos por determinar o volume do sólido:  $V = 6^3 + \frac{1}{3} \times 6^2 \times 6 = 216 + 72 = 288$ .

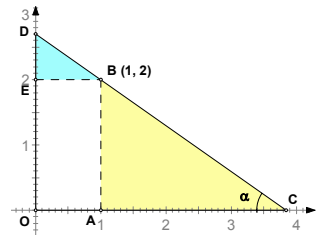
Metade desse volume é  $V_{1/2} = 144$ , logo, designado por  $h$  a cota do ponto,  $A$  temos  $144 = 6 \times 6 \times h \Leftrightarrow h = 4$ .

4.

a) Dado que os dois triângulos rectângulos são semelhantes, temos:

- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{DE}}{\overline{EB}}$ , donde  $\overline{DE} = 1 \times \operatorname{tg} \alpha$ .

- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ , donde  $\overline{AC} = \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha}$



Logo,  $a_1(x) = \frac{\overline{DE} \times \overline{EB}}{2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2}$  e  $a_2(x) = \frac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{2} = \frac{2 \times \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha}}{2} = \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha}$ , com  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

b) Ora,  $a_1(x) = 2 \times a_2(x) \Leftrightarrow \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} = 2 \times \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha} \Leftrightarrow \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} - \frac{4}{\operatorname{tg} \alpha} = 0 \Leftrightarrow \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - 8}{2 \operatorname{tg} \alpha} = 0$

Como o valor procurado é tal que  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , temos  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{8}$  e, portanto,  $\alpha = 70,5^\circ$  (1 c.d.).

**FIM**

- 
- (1) O vector  $\vec{u} = (0, 1, -1)$  é normal aos planos estritamente paralelos (as equações não são equivalentes) definidos por  $y - z = 2$  e  $y - z = 7$ . O vector  $\vec{v} = (1, -2, 1)$  é normal ao plano de equação  $x - 2y + z = -1$ . Como os vectores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  não são colineares, então um dos planos é secante aos outros dois que são estritamente paralelos.
- (2) A primeira condição permite concluir que a recta de equação  $x = 2$  é uma assíntota vertical do gráfico de  $f$ . A segunda condição permite concluir que a recta de equação  $y = 5$  é uma assíntota horizontal do gráfico de  $f$ . A terceira condição permite concluir que o gráfico de  $g$  pode ser obtido do gráfico de  $f$  por uma translação associada a  $\vec{w} = (-3, -1)$ .
- (3)  $s$  não é uma função par, pois o seu gráfico não é simétrico em relação ao eixo das ordenadas.  $(t \circ s)(0) = t(s(0)) = t(2) > 4$  e  $t(3) = 4$ .  
5 não é um zero de  $s/t$ , pois esta função não está definida para  $x = 5$  (este valor anula a função denominador).  $(s \circ t)(5) = s(t(5)) = s(0) = 2$ .
- (4) Visualize o círculo trigonométrico! (e note que se  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ , então  $-\pi \leq 2x \leq \pi$ )
- (5) Sem se preocupar com qualquer cálculo, esquematize geometricamente cada uma das situações descritas. Simples! Não?! (Ver páginas 91-94 do Livro de Texto e exercício 42 da página 124 - Volume1).

O Professor