

Escola Secundária da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática

10/11/98

Turma A - Prova 2

11.º Ano

Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a que stão será anulada, o mesmo a contendo e m caso de resposta a mbigua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pon tos; cada resposta errada, -10/3 pon tos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. O ângulo generalizado do 2.º quadrante cujo seno é igual a $\cos \frac{\pi}{6}$ pode ser definido por:

[A] $145^\circ + k \cdot 360^\circ$.

[B] $120^\circ + k \cdot 360^\circ$.

[C] $150^\circ + k \cdot 360^\circ$.

[D] $135^\circ + k \cdot 360^\circ$.

2. O ângulo de 23° merece atenção especial, por razões históricas, pois é o ângulo compreendido por dois raios da Terra, um terminando no Equador e outro terminando no paralelo das Canárias.

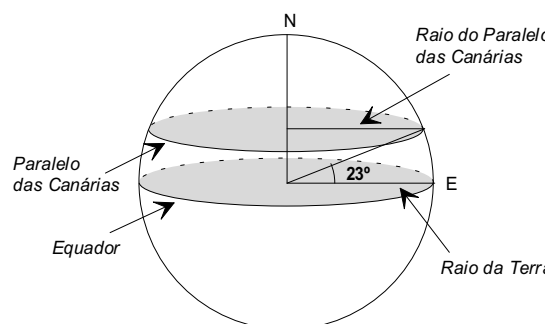
Cristóvão Colombo necessitou de calcular a razão entre os perímetros desse paralelo e do Equador, que é aproximadamente (supondo a Terra esférica):

[A] 0,39.

[B] 0,75.

[C] 0,92.

[D] 0,95.



3. O arco AB de uma circunferência tem de comprimento 52 cm e é definido por um ângulo ao centro de 2 rad.

O comprimento do raio dessa circunferência é:

[A] 4π cm.

[B] 13 cm.

[C] 26 cm.

[D] 52 cm.

4. Das afirmações seguintes:

I. $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}$

II. $\operatorname{sen}(90^\circ - a) = \cos(-a)$

III. $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

IV. $\operatorname{sen} 70^\circ > \operatorname{sen} 50^\circ$

são verdadeiras:

[A] Apenas II e IV.

[B] Apenas I, III e IV.

[C] Apenas I e IV.

[D] Apenas IV.

5. A expressão $\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$ é equivalente a:

[A] $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x}$.

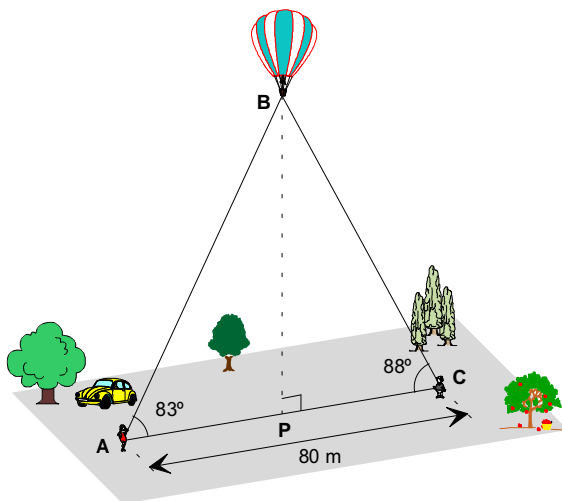
[B] $\frac{\sin x - \cos x}{\sin x}$.

[C] $\frac{\cos x - \sin x}{\cos x}$.

[D] $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$.

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias



1. Duas pessoas, Alice (A) e Carlos (C), estão distanciadas 80 metros.

Ambas observam um balão que está no mesmo plano vertical que elas.

A Alice observa o balão segundo um ângulo de elevação de 83° e o Carlos segundo um ângulo de elevação de 88° .

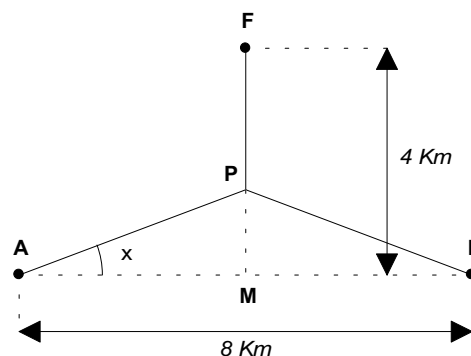
Determine a que altura se encontra o balão no momento em que foi feita a observação.

NOTA: Despreze as alturas dos observadores.

IMPORTANTE: Não pode utilizar a *lei dos senos*.

2. Duas povoações, A e B, distanciadas 8 Km uma da outra, estão a igual distância de uma fonte de abastecimento de água, localizada em F.

Pretende-se construir uma canalização ligando a fonte às duas povoações, como se indica na figura ao lado. A canalização é formada por três canos: um que vai da fonte F até um ponto P e dois que partem de P, um para A e outro para B. O ponto P está a igual distância de A e de B.



Tem-se ainda que:

- o ponto M, ponto médio de [AB], dista 4 Km de F;
- x é a amplitude do ângulo PAM ($x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$).

a) Tomando para unidade o quilómetro, mostre que o comprimento total da canalização é dado por:

$$c(x) = 4 + \frac{8 - 4 \sin x}{\cos x}.$$

SUGESTÃO: Comece por mostrar que $\overline{PA} = \frac{4}{\cos x}$ e que $\overline{FP} = 4 - 4 \operatorname{tg} x$.

b) Calcule $c(0)$ e interprete o resultado obtido, referindo a forma da canalização e consequente comprimento.

c) Utilizando a calculadora gráfica, determine uma razoável aproximação do valor de x (em graus) para o qual o comprimento total da canalização é mínimo e indique também um valor aproximado desse comprimento.

Descreva, de forma sucinta, o seu procedimento.

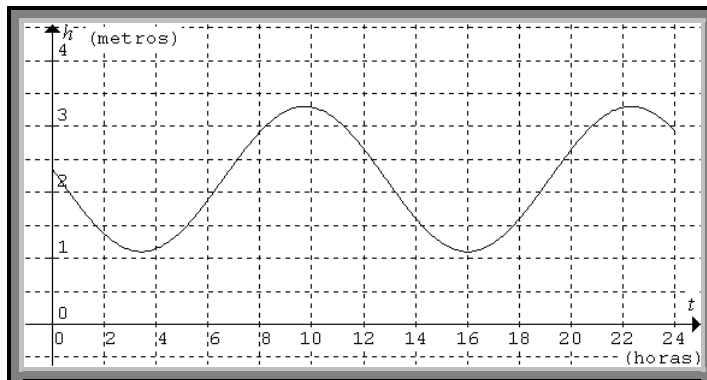
3. O gráfico representa, com uma boa aproximação, a variação da altura h das marés, num determinado lugar, em função das horas, t , de um determinado dia.

Neste dia a altura máxima da maré foi 3,3 m e a altura mínima 1,1 m.

Para esta função encontrou-se a expressão analítica

$$h(t) = 2,2 + 1,1 \times \text{sen}(0,5 \times t + 3)$$

sendo $0 \leq t < 24$ em horas e h em metros.



Neste dia, a que horas foi a maré alta? (Indique esses instantes em horas e minutos)

IMPORTANTE: Não pode utilizar a calculadora para obter uma resolução gráfica ou fazer um estudo com tabelas.

SUGESTÃO: Resolva algebricamente as equações convenientes.

4. Sendo $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ e $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, determine o valor exacto de $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) - \text{sen}(3\pi + \alpha) + \text{tg}(\pi - \alpha)$.

5. Determine, justificando, os valores reais de k para os quais $\cos x = k^2 \wedge -\pi < x \leq 0$.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte 50 pontos

Cada resposta certa +10 pontos

Cada resposta errada -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

2.ª Parte 150 pontos

1. 30 pontos

2. 55 pontos

a) 25

b) 15

c) 15

3. 25 pontos

4. 25 pontos

5. 15 pontos

Total 200 pontos