Escola Secundária da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática

19/11/98 **Turma A - Prova 1** **11.º Ano**

Nome: ______________________________ *N.º:* ____ *Turma:* ___

1.ª Parte

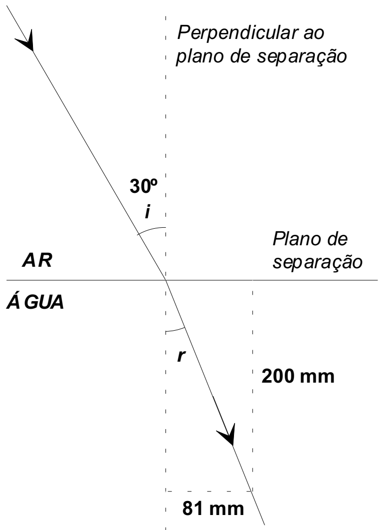
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.
Atenção! *Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.* ***Cotação****: cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

1. Um dos fenómenos ópticos muito conhecido é a ***refracção da luz*** ao passar de um meio para outro, por exemplo, ao passar do ar para a água. Os gregos antigos conheciam o fenómeno e tentaram explicá-lo geometricamente, mas sem grande sucesso. Os termos «*ângulo de incidência*» (*i*) e «*ângulo de refracção*» (*r*) são deles, mas escapou-lhes a relação entre *i* e *r*. Árabes e Cristãos não fizeram melhor ao longo dos séculos, até que no começo do século XVII o matemático holandês Willebrord Von Roijen **Snell** descobriu a lei da refracção:

Quando os raios de luz passam de um meio transparente para outro, é constante a razão entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refracção.

Esta constante - $n_{2,1}$ - é chamada ***índice de refracção*** do meio que contém o raio refractado em relação ao meio que contém o raio incidente, e depende dos dois meios que a luz atravessa. Por exemplo, na situação descrita no esquema ao lado, será:

$$n_{\text{água, ar}} = \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r}.$$



De acordo com a informação prestada, podemos concluir que o índice de refracção da água em relação ao ar é aproximadamente:

[A] 1,33. **[B]** 1,23. **[C]** 0,54. **[D]** 0,45.

2. Das afirmações seguintes apenas uma não é verdadeira. Qual?

[A] O co-seno de um ângulo pode ser $\frac{5}{\sqrt{5}}$.

[B] Para qualquer ângulo α verifica-se que: $\operatorname{sen}(\alpha - \pi) = \operatorname{sen}(\alpha + \pi)$.

[C] Para um ângulo do segundo quadrante o seno é sempre maior do que o co-seno.

[D] A tangente de um ângulo pode ser π^2.

3. No respectivo domínio, a expressão $\dfrac{\cos x + \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} - x)}{\operatorname{sen} x + \cos(\frac{\pi}{2} - x)}$ é equivalente a:

[A] 1. **[B]** $tg\, x$.

[C] $\dfrac{1}{tg\, x}$. **[D]** As respostas anteriores são falsas.

4. De um ângulo x, sabe-se que $tg\,(4\pi + x) < 0$ e que $\cos(-x) > 0$. A que quadrante pertence x?

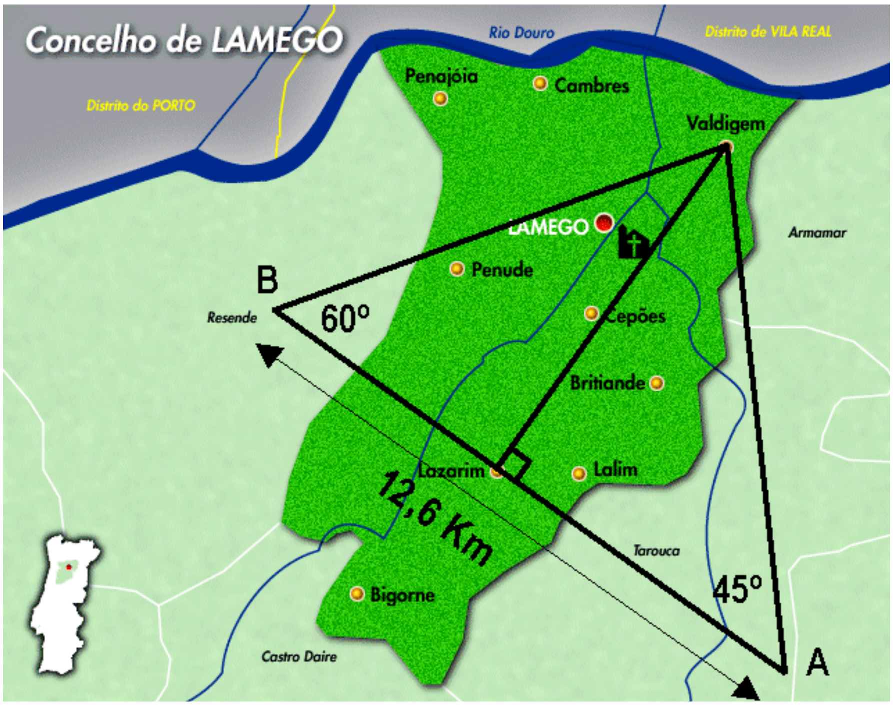
[A] 1.º quadrante. **[B]** 2.º quadrante. **[C]** 3.º quadrante. **[D]** 4.º quadrante.

5. Os valores reais de *k,* para os quais $\operatorname{sen} x = k^2 \;\wedge\; -\frac{\pi}{2} \le x \le 0$, determinam o seguinte conjunto:

[A] $\varnothing$. **[B]** $[-1,1]$. **[C]** $\{0\}$. **[D]** $[-1,0]$.

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias



1. Admita que as localidades A, B, Valdigem e Lazarim têm a mesma altitude.

Admita ainda que as localidades A e B distam 12,6 Km.

Tenha presente os restantes dados indicados na figura ao lado.

Determine a distância (aproximada à décima de quilómetro) entre Valdigem e Lazarim.

IMPORTANTE: Não pode utilizar a *lei dos senos*.

2. A profundidade, ***p***, da água de uma marina num certo dia é dada pela fórmula:

$$p(t) = 5 + 2{,}5 \times \operatorname{sen}(0{,}5 \times t)$$

sendo $0 \le t \le 24$ em *horas* e *p* em *metros*.

a) Indique, <u>justificando</u>, quais as profundidades máxima e mínima atingidas nesse dia.

b) Determine, com aproximação ao decímetro, a diferença de profundidades atingidas às 0 e às 24 horas desse dia.

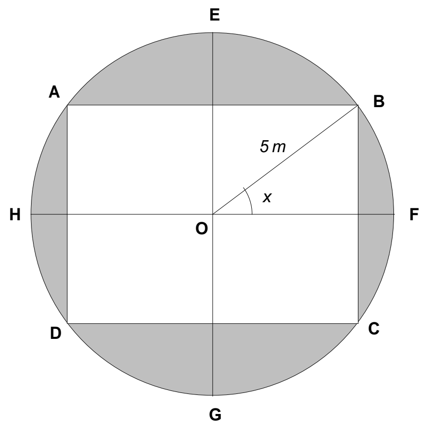
IMPORTANTE: Não pode utilizar a calculadora para obter uma resolução gráfica ou fazer um estudo com tabelas.

3. A figura ao lado representa um canteiro de forma circular com 5 m de raio. O canteiro tem uma zona rectangular, que se destina à plantação de flores, e uma zona relvada, assinalada a sombreado na figura.

Os vértices A, B, C e D do rectângulo pertencem à circunferência que limita o canteiro.

Na figura estão também assinalados:

- dois diâmetros da circunferência, [EG] e [HF], que contêm os pontos médios dos lados do rectângulo;
- o centro O da circunferência;
- o ângulo BOF, de amplitude x $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.



a) Mostre que a área (em m^2) da zona relvada (parte sombreada) é dada, em função de x, por

$$r(x) = 25\pi - 50\,\text{sen}\,(2x)\,.$$

IMPORTANTE: Na parte final da sua dedução, tenha em consideração que: $\text{sen}\,(2x) = 2\,\text{sen}\,x . \cos x$.

b) Determine o valor de x (<u>exacto</u>) para o qual a área da zona relvada é $25.(\pi - \sqrt{3})$ m^2.

IMPORTANTE: Não pode utilizar a calculadora para obter uma resolução gráfica ou fazer um estudo com tabelas.

c) Utilizando a calculadora gráfica, determine uma boa aproximação do valor de x compreendido entre $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{4}$ para o qual a área da zona relvada é 30 m^2.

Descreva, de forma sucinta, o seu procedimento.

4. Sendo $tg\alpha = 4$ e $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$, determine o valor (<u>exacto</u>) de $\cos\,(\pi + \alpha) - 2\,\text{sen}\,(\pi - \alpha)$.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte .... 50 pontos

Cada resposta certa .... +10 pontos

Cada resposta errada .... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada .... 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	10	7	3	0	0	
	2	20	17	13	10		
	3	30	27	23			
	4	40	37				
	5	50					

2.ª Parte .... 150 pontos

1. .... 30 pontos

2. .... 30 pontos
   - a) 15
   - b) 15

3. .... 60 pontos
   - a) 25
   - b) 20
   - c) 15

4. .... 30 pontos

Total **200 pontos**