# Escola Secundária da Sé-Lamego

## Prova Escrita de Matemática

**19/11/98** **Turma A - Prova 2** **11.º Ano**

*Nome:* ______________________________ *N.º:* ____ *Turma:* ___

# 1.ª Parte

*Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.*
***Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação**: cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

**1.** No respectivo domínio, a expressão $\dfrac{\cos x + \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} - x)}{\operatorname{sen} x + \cos(\frac{\pi}{2} - x)}$ é equivalente a:

**[E]** $tg\ x$ .  **[F]** $\dfrac{1}{tg\ x}$ .

**[G]** 1.  **[H]** As respostas anteriores são falsas.

**2.** Os valores reais de *k,* para os quais $\operatorname{sen} x = k^2 \ \wedge\ -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$ , determinam o seguinte conjunto:

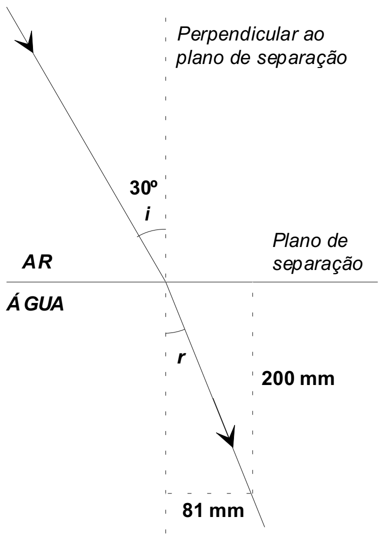
**[E]** $[-1,1]$.  **[F]** $\varnothing$ .  **[G]** $[-1,0]$.  **[H]** $\{0\}$ .

**3.** Um dos fenómenos ópticos muito conhecido é a ***refracção da luz*** ao passar de um meio para outro, por exemplo, ao passar do ar para a água. Os gregos antigos conheciam o fenómeno e tentaram explicá-lo geometricamente, mas sem grande sucesso. Os termos «*ângulo de incidência*» (*i*) e «*ângulo de refracção*» (*r*) são deles, mas escapou-lhes a relação entre *i* e *r*. Árabes e Cristãos não fizeram melhor ao longo dos séculos, até que no começo do século XVII o matemático holandês Willebrord Von Roijen **Snell** descobriu a lei da refracção:

*Quando os raios de luz passam de um meio transparente para outro, é constante a razão entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refracção.*

Esta constante - $n_{2,1}$ - é chamada ***índice de refracção*** do meio que contém o raio refractado em relação ao meio que contém o raio incidente, e depende dos dois meios que a luz atravessa. Por exemplo, na situação descrita no esquema ao lado, será:

$$n_{\text{água, ar}} = \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} .$$




De acordo com a informação prestada, podemos concluir que o índice de refracção da água em relação ao ar é aproximadamente:

**[E]** 0,45.  **[F]** 0,54.  **[G]** 1,23.  **[H]** 1,33.

**4.** Das afirmações seguintes apenas uma não é verdadeira. Qual?

**[E]** Para um ângulo do segundo quadrante o seno é sempre maior do que o co-seno.

**[F]** A tangente de um ângulo pode ser $\pi^2$.

**[G]** O co-seno de um ângulo pode ser $\frac{5}{\sqrt{5}}$.

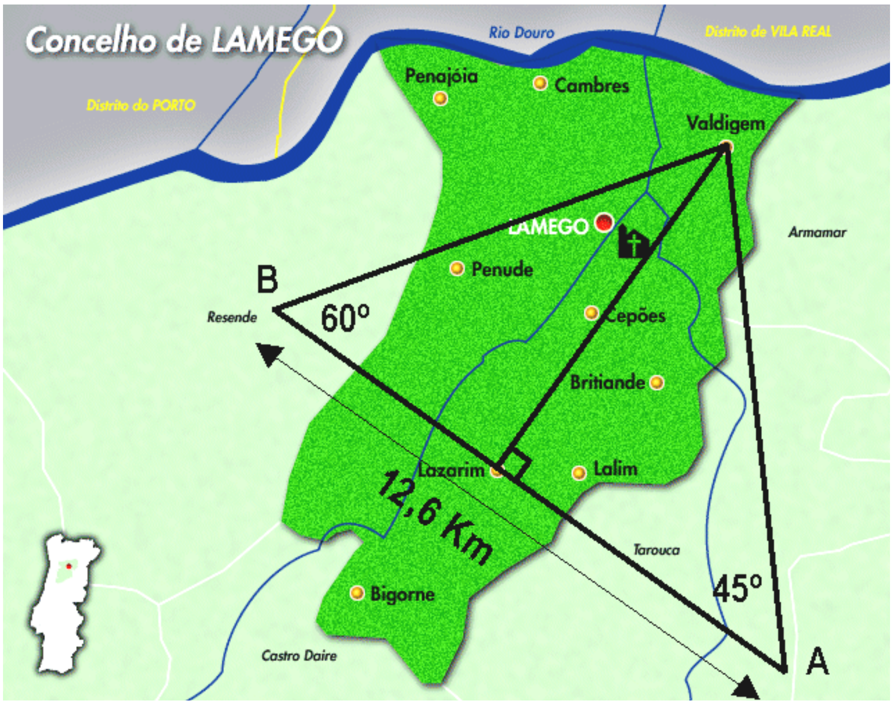
**[H]** Para qualquer ângulo $\alpha$ verifica-se que: $\text{sen}(\alpha - \pi) = \text{sen}(\alpha + \pi)$.

**5.** De um ângulo $x$, sabe-se que $tg\,(4\pi + x) < 0$ e que $\cos(-x) > 0$. A que quadrante pertence $x$?

**[E]** 4.º quadrante. **[F]** 3.º quadrante. **[G]** 2.º quadrante. **[H]** 1.º quadrante.

# 2.ª Parte

*Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias*




**1.** Admita que as localidades A, B, Valdigem e Lazarim têm a mesma altitude.

Admita ainda que as localidades A e B distam 12,6 Km.

Tenha presente os restantes dados indicados na figura ao lado.

Determine a distância (aproximada à décima de quilómetro) entre Valdigem e Lazarim.

**IMPORTANTE**: Não pode utilizar a *lei dos senos*.

**2.** A profundidade, ***p***, da água de uma marina num certo dia é dada pela fórmula:

$$p(t) = 5 + 2{,}5 \times \text{sen}\,(0{,}5 \times t)$$

sendo $0 \le t \le 24$ em *horas* e *p* em *metros*.

**a)** Indique, <u>justificando</u>, quais as profundidades máxima e mínima atingidas nesse dia.

**b)** Determine, com aproximação ao decímetro, a diferença de profundidades atingidas às 0 e às 24 horas desse dia.

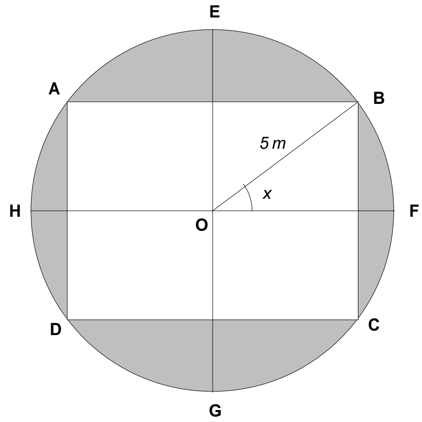
**IMPORTANTE**: Não pode utilizar a calculadora para obter uma resolução gráfica ou fazer um estudo com tabelas.

3. A figura ao lado representa um canteiro de forma circular com 5 m de raio. O canteiro tem uma zona rectangular, que se destina à plantação de flores, e uma zona relvada, assinalada a sombreado na figura.

Os vértices A, B, C e D do rectângulo pertencem à circunferência que limita o canteiro.

Na figura estão também assinalados:

- dois diâmetros da circunferência, [EG] e [HF], que contêm os pontos médios dos lados do rectângulo;
- o centro O da circunferência;
- o ângulo BOF, de amplitude $x$ $\left( x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[ \right)$.




**a)** Mostre que a área (em m$^2$) da zona relvada (parte sombreada) é dada, em função de $x$, por

$$r(x) = 25\pi - 50\,\text{sen}\,(2x)\,.$$

**IMPORTANTE**: Na parte final da sua dedução, tenha em consideração que: $\text{sen}\,(2x) = 2\,\text{sen}\,x.\cos x$ .

**b)** Determine o valor de $x$ (<u>exacto</u>) para o qual a área da zona relvada é $25.(\pi - \sqrt{3})$ m$^2$.

**IMPORTANTE**: Não pode utilizar a calculadora para obter uma resolução gráfica ou fazer um estudo com tabelas.

**c)** Utilizando a calculadora gráfica, determine uma boa aproximação do valor de $x$ compreendido entre $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{4}$ para o qual a área da zona relvada é 30 m$^2$.

Descreva, de forma sucinta, o seu procedimento.

4. Sendo $tg\alpha = 4$ e $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$, determine o valor (<u>exacto</u>) de $\cos(\pi + \alpha) - 2\,\text{sen}\,(\pi - \alpha)$ .

# FIM

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ........................................................................................................................................ 50 pontos

Cada resposta certa ........................................................ +10 pontos

Cada resposta errada ......................................................-10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada........................ 0 pontos

***Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.***

| | E | R | R | A | D | A | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| C | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 1 | 10 | 7 | 3 | 0 | 0 | |
| R | 2 | 20 | 17 | 13 | 10 | | |
| T | 3 | 30 | 27 | 23 | | | |
| A | 4 | 40 | 37 | | | | |
| S | 5 | 50 | | | | | |

**2.ª Parte** ........................................................................................................................................ 150 pontos

1. ........................................................................................................................ 30 pontos

2. ........................................................................................................................ 30 pontos
   - a) ........................................................................................................ 15
   - b) ........................................................................................................ 15

3. ........................................................................................................................ 60 pontos
   - a) ........................................................................................................ 25
   - b) ........................................................................................................ 20
   - c) ........................................................................................................ 15

4. ........................................................................................................................ 30 pontos

**Total** **200 pontos**