

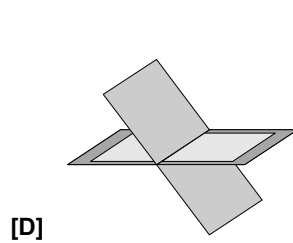
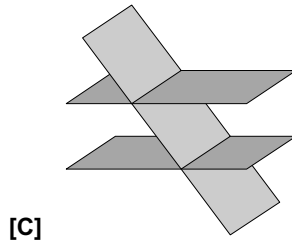
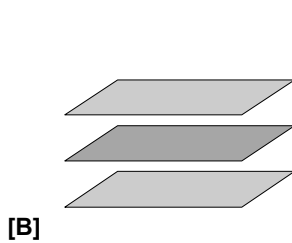
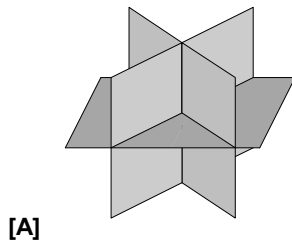
Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a que estão será anulada, o mesmo a contendo e em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. O sistema  $\begin{cases} y - z = 2 \\ x - 2y + z = -1 \\ z - y = -7 \end{cases}$  pode ser interpretado geometricamente por:



2. Sobre uma função  $f$ , real de variável real, sabe-se que:

- quando  $x \rightarrow 2$ , então  $f(x) \rightarrow +\infty$
- quando  $x \rightarrow \pm\infty$ , então  $f(x) \rightarrow 5$
- $g(x) = f(x+3) - 1$

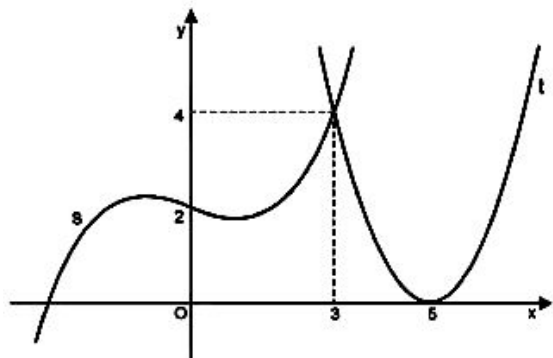
Então a função  $g$  admite as assíntotas de equações:

- [A]  $x = -1; y = 4.$       [B]  $x = -1; y = 6.$       [C]  $x = 5; y = 4.$       [D]  $x = 5; y = 6.$

3. Na figura estão representadas graficamente as funções  $s$  e  $t$ .

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- [A]  $s$  é uma função par.  
 [B]  $(t \circ s)(0) < t(3).$   
 [C] 5 é um zero da função  $\frac{s}{t}.$   
 [D]  $(s \circ t)(5) = 2.$



4. A condição  $\sin(2x) = 0 \wedge x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  tem:

- [A] 1 solução.      [B] 2 soluções.      [C] 3 soluções.      [D] 4 soluções.

5. O conjunto de pontos  $P(x, y)$  do plano que verificam a condição  $\vec{AP} \cdot \vec{AB} = 0$ , sendo  $A(0, 2)$  e  $B(-2, 4)$ , é:

- [A] a recta tangente à circunferência de centro em  $A$ , no seu ponto  $B$ .
- [B] a mediatriz de  $[AB]$ .
- [C] a circunferência de diâmetro  $[AB]$ .
- [D] a recta que contém  $A$  e é perpendicular a  $[AB]$ .

## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

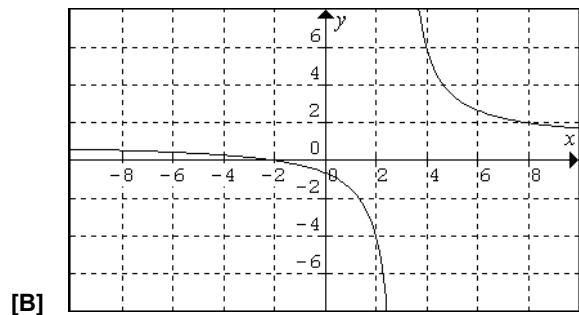
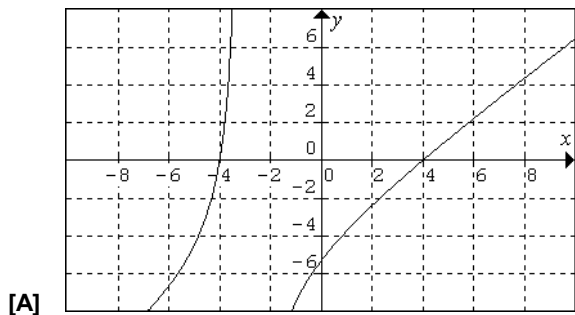
1. Considere as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$ , reais de variável real, e os gráficos seguintes:

$$f(x) = 1 + \frac{5}{x-3};$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 16}{x+3}$$

e

$$h(x) = -2 - x$$



- a) Os gráficos são representações das funções  $f$  e  $g$ , contudo, por descuido, não foram identificados. Sem recurso à calculadora gráfica, identifique-os usando dois critérios distintos.
- b) Caracterize a função  $f \circ h$ .  
**NOTA:** Deve indicar o domínio, o conjunto de chegada e a respectiva expressão designatória, o mais simplificada possível.
- c) Escreva  $g(x)$  na forma  $y = ax + b + \frac{c}{x-d}$ .  
Identificando o seu tipo, indique as equações das assíntotas do gráfico de  $g$ .  
Indique ainda qual é o comportamento da função  $g$  quando  $x \rightarrow -3$ ?
- d) Determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = h(x)$ .

2. A evolução da temperatura do ar em Lamego entre as 0 e as 24 horas do dia 1 de Janeiro foi dada pela função

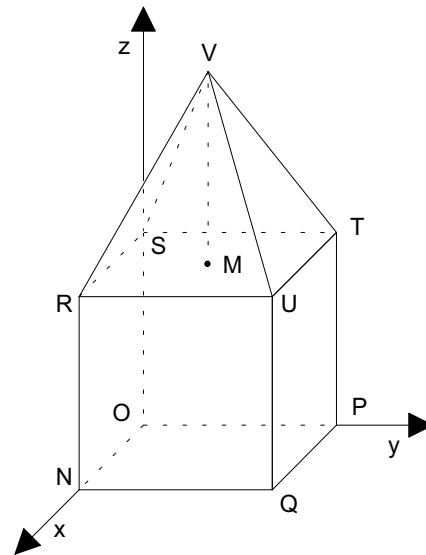
$$T(h) = 20 + h + \frac{500}{h-35}$$

com  $T$  em graus centígrados e  $h$  em horas.

- a) Foi nessa passagem de ano ou na passagem para o dia 2 de Janeiro que foi mais baixa a temperatura do ar?
- b) Determine qual o período em que a temperatura do ar foi superior a  $10^\circ\text{C}$ .  
**IMPORTANTE:** Deve apresentar uma resolução analítica. Não pode responder à questão com recurso à calculadora.
- c) Utilizando a calculadora gráfica, determine, com aproximação ao minuto, o instante em que foi máxima a temperatura do ar nesse dia.  
Descreva, de forma sucinta, o seu procedimento. Apresente ainda um esboço do gráfico da função e indique a respectiva janela de visualização.

3. Na figura está representado, em referencial o. n.  $Oxyz$ , um sólido formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide coincide com a face superior do cubo
- O vértice  $O$  coincide com a origem do referencial
- O vértice  $N$  pertence ao semieixo positivo  $Ox$
- O vértice  $P$  pertence ao semieixo positivo  $Oy$
- O vértice  $S$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$
- A altura da pirâmide,  $\overline{VM}$ , é igual ao comprimento da aresta do cubo
- O vértice  $V$  tem coordenadas  $(3, 3, 12)$



- a) Justifique que  $\overline{UQ} = 6$  e que  $\overline{UV} = 3\sqrt{6}$ .
- b) Determine uma equação cartesiana do plano  $NUV$ .
- c) Determine uma equação vectorial da recta de intersecção dos planos  $NUV$  e  $PTU$ .

**NOTA:** Caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere  $3x - y + z - 18 = 0$  uma equação do plano  $NUV$ .

- d) Considere um ponto  $A$  pertencente à aresta  $[UQ]$ . Um plano que contenha o ponto  $A$  e que seja paralelo ao plano  $xOy$  divide o sólido representado na figura em duas partes. Determine a cota do ponto  $A$  de modo que sejam iguais os volumes dessas duas partes.

4. No referencial ortonormado da figura, considere:

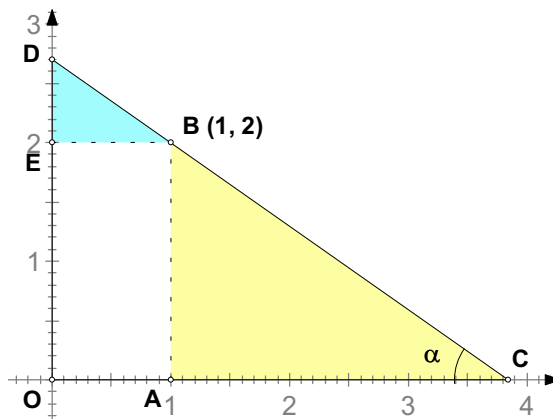
- Seja  $B$ , um ponto de coordenadas  $(1, 2)$ .
- A cada ponto  $C(x, 0)$  do eixo  $Ox$ , com  $x > 1$ , faz-se corresponder um ponto  $D(0, y)$  do eixo  $Oy$ , de modo que  $B, C$  e  $D$  sejam colineares.

a) Mostre que

$$a_1(x) = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} \quad \text{e} \quad a_2(x) = \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad \text{com } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2},$$

traduzem, respectivamente, as medidas das áreas dos triângulos  $[BDE]$  e  $[ABC]$ .

- b) Determine, com aproximação à décima de grau, o valor de  $\alpha$  para o qual a medida da área do triângulo  $[BDE]$  é dupla da do triângulo  $[ABC]$ .



**FIM**

O Professor

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 50 pontos

Cada resposta certa ..... +10 pontos

Cada resposta errada ..... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

**2.ª Parte** ..... 150 pontos

1. .... 43 pontos

- a) ..... 6
- b) ..... 12
- c) ..... 13
- d) ..... 12

2. .... 32 pontos

- a) ..... 6
- b) ..... 18
- c) ..... 8

3. .... 45 pontos

- a) ..... 10
- b) ..... 15
- c) ..... 10
- d) ..... 10

4. .... 30 pontos

- a) ..... 15
- b) ..... 15

**Total 200 pontos**