Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática

18/03/99 **Turma A - Prova 2** **11.º Ano**

Nome: ______________________________ *N.º:* ____ *Turma:* ___

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.
***Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação**: cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

1. Na figura estão representadas graficamente as funções *s* e *t*.

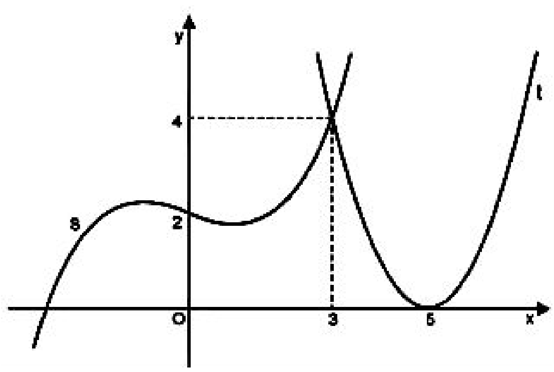
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

[E] $(t \circ s)(0) < t(3)$.

[F] 5 é um zero da função $\dfrac{s}{t}$.

[G] $(s \circ t)(5) = 2$.

[H] *s* é uma função par.



2. Sobre uma função *f*, real de variável real, sabe-se que:

- quando $x \to 2$, então $f(x) \to +\infty$
- quando $x \to \pm\infty$, então $f(x) \to 5$
- $g(x) = f(x+3) - 1$

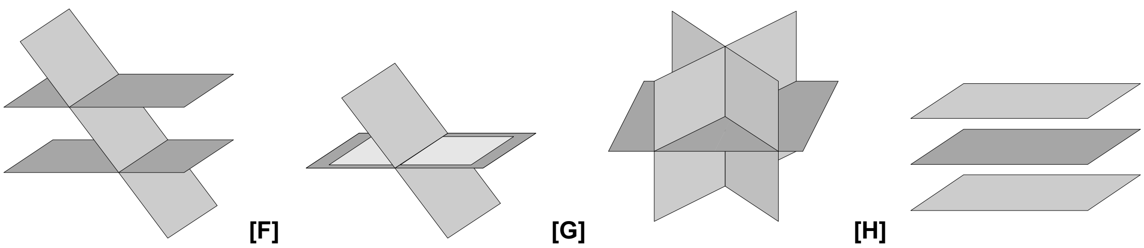
Então a função *g* admite as assimptotas de equações:

[E] $x = 5$; $y = 4$. **[F]** $x = -1$; $y = 4$. **[G]** $x = 5$; $y = 6$. **[H]** $x = -1$; $y = 6$.

3. A condição $\operatorname{sen}(2x) = 0 \quad \wedge \quad x \in \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ tem:

[E] 4 soluções. **[F]** 3 soluções. **[G]** 2 soluções. **[H]** 1 solução.

4. O sistema $\begin{cases} y - z = 2 \\ x - 2y + z = -1 \\ z - y = -7 \end{cases}$ pode ser interpretado geometricamente por:



[E] **[F]** **[G]** **[H]**

5. O conjunto de pontos P (x, y) do plano que verificam a condição $\vec{AP} . \vec{AB} = 0$, sendo A (0, 2) e B (-2, 4), é:

[E] a recta que contém A e é perpendicular a [AB].

[F] a circunferência de diâmetro [AB].

[G] a mediatriz de [AB].

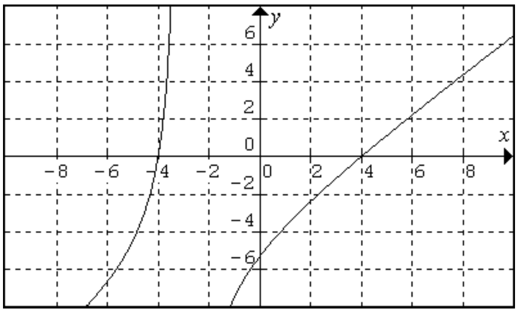
[H] a recta tangente à circunferência de centro em A, no seu ponto B.

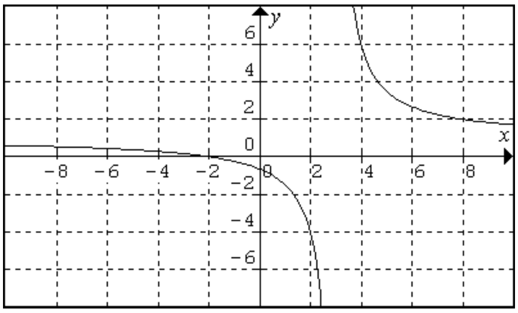
2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Considere as funções f, g e h, reais de variável real, e os gráficos seguintes:

$$f(x) = 1 + \frac{5}{x-3}; \qquad g(x) = \frac{x^2 - 16}{x+3} \qquad \text{e} \qquad h(x) = -2 - x$$

[A] 

[B] 

a) Os gráficos são representações das funções f e g, contudo, por descuido, não foram identificados.
Sem recurso à calculadora gráfica, identifique-os usando dois critérios distintos.

b) Caracterize a função $f \circ h$.

NOTA: Deve indicar o domínio, o conjunto de chegada e a respectiva expressão designatória, o mais simplificada possível.

c) Escreva $g(x)$ na forma $y = ax + b + \frac{c}{x-d}$.
Identificando o seu tipo, indique as equações das assimptotas do gráfico de g.
Indique ainda qual é o comportamento da função g quando $x \to -3$?

d) Determine os valores de x para os quais $f(x) = h(x)$.

2. A evolução da temperatura do ar em Lamego entre as 0 e as 24 horas do dia 1 de Janeiro foi dada pela função

$$T(h) = 20 + h + \frac{500}{h-35}$$

com T em graus centígrados e h em horas.

a) Foi nessa passagem de ano ou na passagem para o dia 2 de Janeiro que foi mais baixa a temperatura do ar?

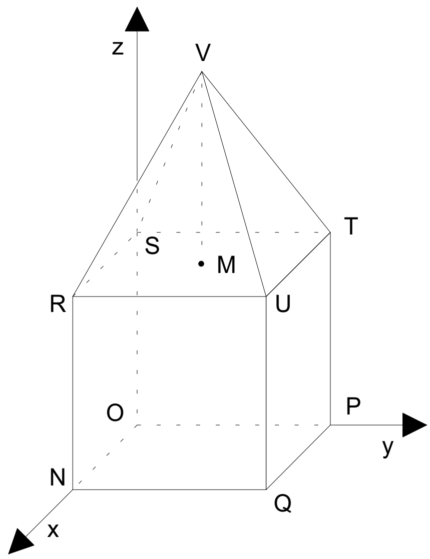
b) Determine qual o período em que a temperatura do ar foi superior a 10 ºC.

IMPORTANTE: Deve apresentar uma resolução analítica. Não pode responder à questão com recurso à calculadora.

c) Utilizando a calculadora gráfica, determine, com aproximação ao minuto, o instante em que foi máxima a temperatura do ar nesse dia.

Descreva, de forma sucinta, o seu procedimento. Apresente ainda um esboço do gráfico da função e indique a respectiva janela de visualização.

3. Na figura está representado, em referencial o. n. *Oxyz*, um sólido formado por um cubo e uma pirâmide quadrangular regular.



- A base da pirâmide coincide com a face superior do cubo
- O vértice O coincide com a origem do referencial
- O vértice N pertence ao semieixo positivo *Ox*
- O vértice P pertence ao semieixo positivo *Oy*
- O vértice S pertence ao semieixo positivo *Oz*
- A altura da pirâmide, $\overline{VM}$, é igual ao comprimento da aresta do cubo
- O vértice V tem coordenadas (3, 3, 12)

a) Justifique que $\overline{UQ} = 6$ e que $\overline{UV} = 3\sqrt{6}$.

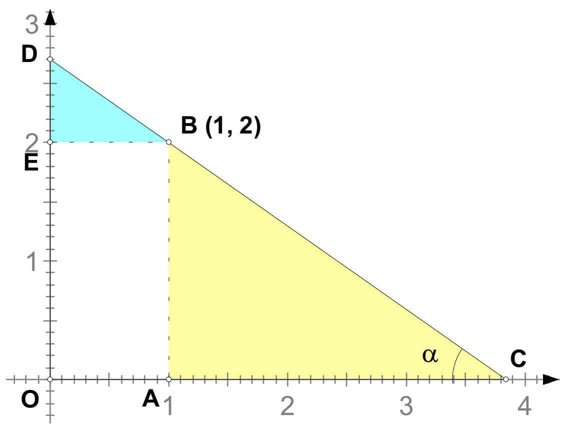
b) Determine uma equação cartesiana do plano NUV.

c) Determine uma equação vectorial da recta de intersecção dos planos NUV e PTU.

NOTA: Caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere $3x - y + z - 18 = 0$ uma equação do plano NUV.

d) Considere um ponto A pertencente à aresta [UQ].
Um plano que contenha o ponto A e que seja paralelo ao plano *xOy* divide o sólido representado na figura em duas partes. Determine a cota do ponto A de modo que sejam iguais os volumes dessas duas partes.

4. No referencial ortonormado da figura, considere:



- Seja B, um ponto de coordenadas (1, 2).
- A cada ponto C (x, 0) do eixo *Ox*, com $x > 1$, faz-se corresponder um ponto D (0, y) do eixo *Oy*, de modo que B, C e D sejam colineares.

a) Mostre que

$$a_1(x) = \frac{tg\alpha}{2} \quad \text{e} \quad a_2(x) = \frac{2}{tg\alpha} \quad , \quad \text{com } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2},$$

traduzem, respectivamente, as medidas das áreas dos triângulos [BDE] e [ABC].

b) Determine, com aproximação à décima de grau, o valor de α para o qual a medida da área do triângulo [BDE] é dupla da do triângulo [ABC].

FIM

O Professor

COTAÇÕES

1.ª Parte .... 50 pontos

Cada resposta certa .... +10 pontos

Cada resposta errada ....-10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada...................... 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	10	7	3	0	0	
	2	20	17	13	10		
	3	30	27	23			
	4	40	37				
	5	50					

2.ª Parte .... 150 pontos

1. .... 43 pontos
   - a) 6
   - b) 12
   - c) 13
   - d) 12

2. .... 32 pontos
   - a) 6
   - b) 18
   - c) 8

3. .... 45 pontos
   - a) 10
   - b) 15
   - c) 10
   - d) 10

4. .... 30 pontos
   - a) 15
   - b) 15

Total **200 pontos**