

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a que stão será anulada, o mesmo a contendo e m caso de resposta a mbígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pon tos; cada resposta errada, -10/3 pon tos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Um navio encontra-se atracado num porto.

A distância  $h$ , de um dado ponto do casco do navio ao fundo do mar, varia com a maré.

Admita que  $h$  é dada, em função do tempo  $x$ , por  $h(x) = 10 - 3 \cos(2x)$ .

A distância desse ponto do casco ao fundo do mar, no momento da maré-alta, é:

- [E] 16.                                      [F] 13.                                      [G] 10.                                      [H] 4.

2. O valor de  $m$  para o qual a recta  $r: (x, y, z) = (1, 1, 1) + k(2, m, 1)$ ,  $k \in \mathbb{R}$  é paralela ao plano  $\pi: 2x - y - 2z = 0$  é:

- [E]  $m = 2$ .                                      [F]  $m = 1$ .                                      [G]  $m = -2$ .                                      [H] qualquer valor real.

3. De uma função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que:

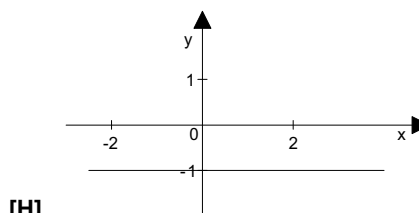
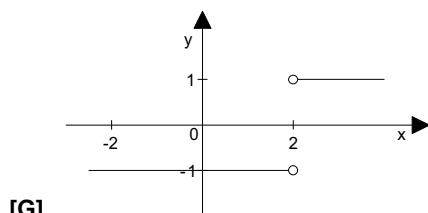
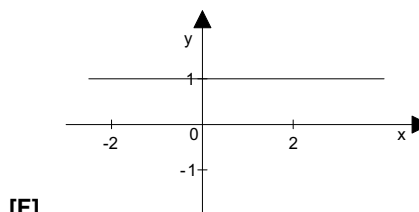
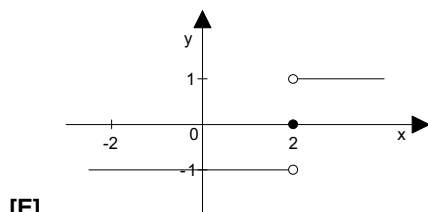
- $g(0) = 1$
- $g$  é estritamente crescente em  $[0, +\infty[$
- $g$  é par

Indique qual das seguintes afirmações é verdadeira.

- [E]  $g$  é injectiva.                                      [F]  $g$  não tem zeros.  
 [G] O contradomínio de  $g$  é  $[0, +\infty[$ .                                      [H]  $g$  é estritamente crescente em  $\mathbb{R}$ .

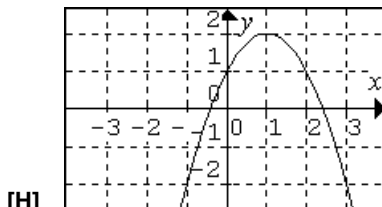
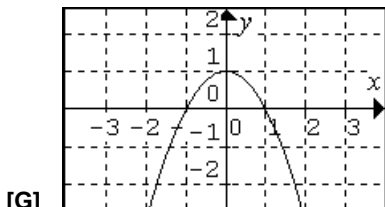
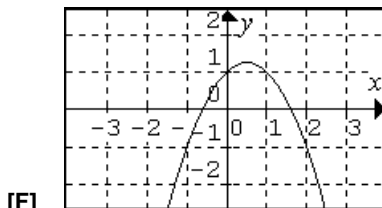
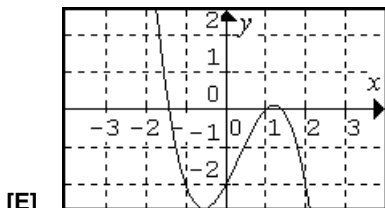
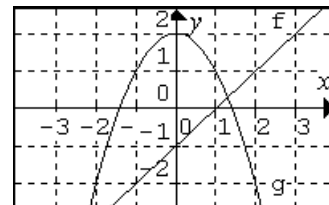
4. Seja  $f$  a função real de variável real definida por  $f(x) = |x - 2|$ .

Indique qual das representações gráficas esboçadas na figura é a função derivada de  $f$ .



5. Na figura ao lado estão representadas graficamente duas funções:  $f$  e  $g$ .

Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da função  $f \circ g$ ?



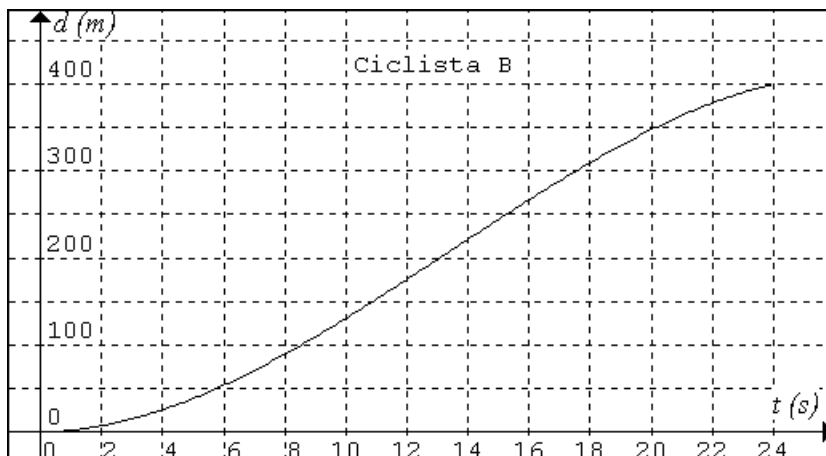
## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Numa etapa da Volta a Portugal em Bicicleta, dois ciclistas, **A** e **B**, cortam uma meta de prémio da montanha ao mesmo tempo e iniciam uma descida de 400 metros.

A partir desse instante, as distâncias percorridas são dadas em função do tempo por:

- $d(t) = 0,4t^2 + 6t$ , para o ciclista **A**
- o gráfico ao lado, para o ciclista **B**



com  $d$  em metros e  $t$  em segundos.

- Qual dos ciclistas chegou primeiro ao fim da descida? Justifique. Determine as respectivas velocidades médias (em quilómetros por hora) nesse percurso de 400 metros.
- Determine, o mais rigorosamente possível, a velocidade (em quilómetros por hora) do ciclista **B** no instante  $t = 20$  segundos. Descreva os seus procedimentos.
- Nesse percurso de 400 metros e relativamente ao ciclista **A**:
  - Calculando o valor da  $tmv_{[x_0, x_0+h]}$  de  $d$  quando a amplitude do intervalo tende para zero, mostre que a sua velocidade (em metros por segundo) variou ao longo do tempo (em segundos) segundo a relação  $v(t) = 0,8t + 6$
  - A sua aceleração foi maior no momento em que cortou a meta de prémio da montanha ou no momento em que chegou ao fim da descida? Justifique.

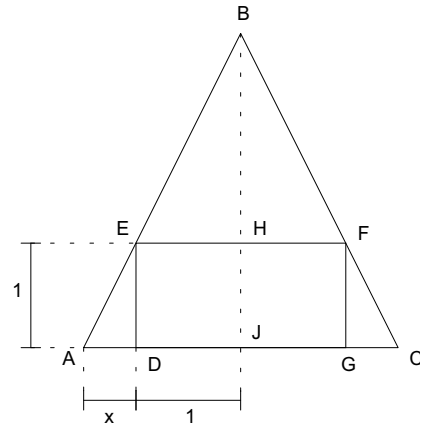
2. Na figura

- o triângulo  $[ABC]$  é isósceles ( $\overline{AB} = \overline{BC}$ )
- $[DEFG]$  é um rectângulo
- $\overline{DG} = 2$ ;  $\overline{DE} = 1$ ;  $\overline{AD} = x$

a) Mostre que a área do triângulo  $[ABC]$  é dada em função de  $x$ , por

$$a(x) = 2 + x + \frac{1}{x} \quad (x > 0).$$

**NOTA:** Pode ser-lhe útil reparar que os triângulos  $[ADE]$  e  $[EHB]$  são semelhantes.



b) Sabe-se que  $a'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$  ( $a'$  designa a derivada de  $a$ ).

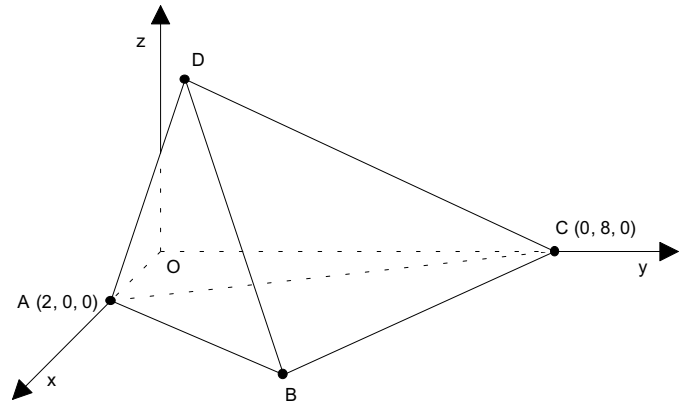
Estude a monotonia e extremos da função definida em  $\mathbb{R}^+$  por  $a(x)$  e interprete os resultados relativamente à situação inicialmente apresentada.

3. No referencial ortonormado  $(O, x, y, z)$ , considere a pirâmide  $[ABCD]$ .

- $\vec{CB} = (5, -3, 0)$
- $\vec{CD} = (1, -7, 4)$
- $A(2, 0, 0)$  e  $C(0, 8, 0)$ .

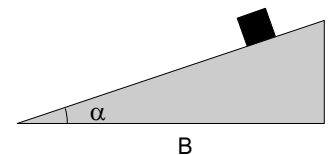
a) Determine uma equação cartesiana do plano  $BCD$ .

b) Mostre que o triângulo  $[ABC]$  é rectângulo em B e determine o volume da pirâmide  $[ABCD]$ .



4. Ignorando o atrito, o tempo  $t$  (em segundos) necessário para um bloco deslizar por um plano inclinado é dado pela fórmula

$$t = 2 \times \sqrt{\frac{B}{g \cdot \sin(2\alpha)}}$$



onde  $B$  é a medida do comprimento da base em metros e  $g$  é a aceleração da gravidade.

Supondo que a medida do comprimento da base é 19,6 m e que a aceleração da gravidade é 9,8  $\text{m/s}^2$ , determine o valor de  $\alpha$  para que o bloco demore 4 segundos a deslizar pelo plano inclinado.

5. Considere as funções  $f$  e  $g$ , reais de variável real, assim definidas:  $f(x) = \sqrt{x(4-x)} - x$  e  $g(x) = 1 + \frac{3}{x+2}$ .

- Determine o domínio de  $f$  na forma de intervalo e calcule  $(f \circ g)(1)$ .
- Determine os zeros de cada uma das funções.
- Caracterize  $g^{-1}$ , função inversa de  $g$ .

**FIM**

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 50 pontos

Cada resposta certa ..... +10 pontos

Cada resposta errada ..... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

**2.ª Parte** ..... 150 pontos

1. .... 40 pontos

a) ..... 12

b) ..... 8

c1) ..... 15

c2) ..... 5

2. .... 30 pontos

a) ..... 15

b) ..... 15

3. .... 30 pontos

a) ..... 15

b) ..... 15

4. .... 15 pontos

5. .... 35 pontos

a) ..... 10

b) ..... 15

c) ..... 10

**Total 200 pontos**