

Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

11/11/2009

Turma C

7.º Ano

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1. Verdadeiro ou falso?

Preenche com **V** ou **F** o quadrado ao lado da frase, consoante a afirmação seja verdadeira ou falsa.

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> Nenhum múltiplo de 5 é número primo. | <input type="checkbox"/> Se o comprimento de um rectângulo é 3 cm e a largura é x cm, então a sua área, em centímetros quadrados, pode ser expressa por $2(3+x)$. |
| <input checked="" type="checkbox"/> 17,916 é o valor arredondado às milésimas de $\sqrt{321}$. | <input checked="" type="checkbox"/> $1^{12} = 1^{21}$. |
| <input type="checkbox"/> Se $x = 3$, então o valor da expressão $3x+3$ é 36. | <input type="checkbox"/> 1042 é um quadrado perfeito. |

2. Nesta última década, tem-se descoberto novos números primos sensivelmente ao ritmo de um por ano. Lê com atenção a informação seguinte:

No dia 12 de Abril de 2009, Odd Magnar Strindmo, um profissional das Tecnologias da Informação, de Melhus, Noruega, descobriu o mais recente número primo (até ao dia de hoje, 11-11-2009): $2^{42643801} - 1$. Este número primo tem **12837064 dígitos**, quando escrito na forma decimal. Foram precisos 29 dias de cálculos no computador com processador Intel Core2 3.0 GHz de Odd Strindmo.

$$2^{42643801} - 1 = \underbrace{1698735164527 \dots 765562314751}_{12837064 \text{ dígitos}}$$

Este número, escrito na forma decimal, ocupa 2806 páginas em formato A4, escrevendo 61 linhas por página e 75 dígitos por linha.

Adaptado de <http://www.mersenne.org/prime.htm>

- a) Diz o que é um número primo.
Determina a soma dos números primos inferiores a 20.
*Um número primo é um número natural que admite apenas dois divisores: a unidade e o próprio número.
A soma dos números primos inferiores a 20 é 77: $2+3+5+7+11+13+17+19=77$.*
- b) Baseando a tua resposta nos critérios de divisibilidade, justifica que o número de dígitos do número primo descoberto em 12 de Abril de 2009 não é um número divisível por 3.
Como a soma dos algarismos do número 12837064 ($1+2+8+3+7+0+6+4=31$) não é um múltiplo de 3, então o número em questão não é divisível por 3.
- c) Decompõe o número 126 num produto de factores primos, apresentando o resultado com potências.
Sem efectuares a divisão, indica, justificando, se o número 126 é divisível por 14.

126		2	
63		3	
21		3	Logo, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.
7		7	
1			

Como $14 = 2 \times 7$ e os factores 2 e 7 existem na decomposição do número 126, então 126 é divisível por 14.

3. Calcula:

a)

$$\begin{aligned} 7^2 - 3 \times \sqrt{169} &= 49 - 3 \times 13 \\ &= 49 - 39 \\ &= 10 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 6^2 - \left(\frac{\sqrt{64}}{2} + \frac{\sqrt{36}}{2}\right) \times 4 &= 36 - \left(\frac{8}{2} + \frac{6}{2}\right) \times 4 \\ &= 36 - (4 + 3) \times 4 \\ &= 36 - 7 \times 4 \\ &= 36 - 28 \\ &= 8 \end{aligned}$$

4. Utilizando sempre que possível as regras das operações com potências, calcula o valor das seguintes expressões:

a)

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^3 \times \frac{2}{\sqrt{25}} &= \left(\frac{2}{5}\right)^6 \times \left(\frac{2}{5}\right)^1 \\ &= \left(\frac{2}{5}\right)^7 \\ &= \frac{128}{78125} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 4^4 \times 4^2 - (4^2)^3 + \sqrt[3]{125} &= 4^6 - 4^6 + 5 \\ &= 0 + 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$

5. Completa a tabela, utilizando a calculadora para determinar valores aproximados do número indicado:

Número: $\sqrt{92}$	Com erro inferior a		
	1 unidade	1 décima	1 centésima
Valor aproximado por defeito	9	9,5	9,59
Valor aproximado por excesso	10	9,6	9,60

6. Associa a cada expressão um enunciado:

$(3x)^3$	❶	A	A soma do quadrado de dois números.
$a^2 + b^2$	❷	B	O triplo do cubo de um número
$2c - d + 3$	❸	C	O quadrado da soma de dois números.
$(a + b)^2$	❹	D	O cubo do triplo de um número.
$3x^3$	❺	E	A diferença entre o dobro de um número e a terça parte de outro número.

RESPOSTA	❶	❷	❸	❹	❺
Indica a letra correspondente:	D	A	E	C	B

7. Calcula o valor da expressão:

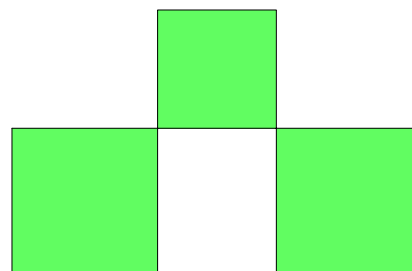
a) $x^2 + 4x + 5$ para $x = \frac{2}{3}$.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4 \times \frac{2}{3} + 5 &= \frac{4}{9} + \frac{8}{3} + \frac{5}{(9)} \\ &= \frac{4}{9} + \frac{24}{9} + \frac{45}{9} \\ &= \frac{73}{9} \end{aligned}$$

b) $\frac{2ab}{\sqrt{a-b}}$ para $a = 36$ e $b = 2$.

$$\begin{aligned} \frac{2 \times 36 \times 2}{\sqrt{36-2}} &= \frac{4 \times 36}{6-2} \\ &= \frac{4 \times 36}{4} \\ &= 36 \end{aligned}$$

8. O Sr. Afonso possui no seu jardim três canteiros quadrados, com as áreas e a disposição indicadas na figura ao lado.



a) Determina, com aproximação ao centímetro e por excesso, o comprimento do lado do canteiro menor.

$$l_G = \sqrt{6} \approx 2,45.$$

Com aproximação ao centímetro e por excesso, o lado do canteiro maior tem 2,45 metros de comprimento.

b) Se cada metro de rede custar 1,50 €, quanto terá de gastar o Sr. Afonso para vedar estes canteiros, sabendo que a rede é vendida em número inteiro de metros?

Nota: Se não resolvesse a alínea anterior, considera que o valor aí pedido é 2,15 metros.

O comprimento dos lados dos outros canteiros é $l_P = \sqrt{9} = 3$ metros.

O perímetro da área a vedar é $P = 4 \times 3 + 4 \times 2,45 + 4 \times 3 = 33,8$ metros.

O Sr. António deverá comprar 34 metros de rede, pelo que terá de gastar $34 \times 1,5 = 51$ euros.

9. O sólido da figura é constituída por 4 cubos iguais justapostos. O volume total do sólido é 108 cm^3 .

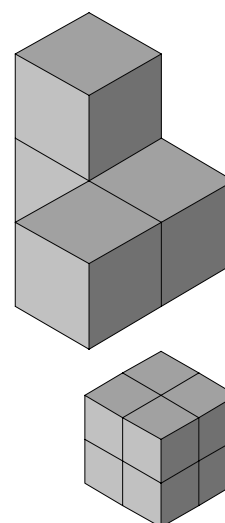
a) Determina o comprimento da aresta de cada cubo.

$$\text{O volume de cada um dos cubos é } V_C = \frac{108}{4} = 27 \text{ cm}^3.$$

Assim, a sua aresta tem de comprimento $a = \sqrt[3]{27} = 3 \text{ cm}$.

b) Qual é o menor número de cubos iguais a esses que são necessários para que, juntando-os ao conjunto da figura, se possa construir um cubo? Desenha esse cubo.

É 4 o menor número de cubos iguais a esses que são necessários para que, juntando-os ao conjunto da figura, se possa construir um cubo. Esse cubo está desenhado à direita (em tamanho reduzido).



10. O Pedro anotou o 1.º Prémio da Lotaria Popular na própria cautela, mas devido à chuva dois dos algarismos ficaram ilegíveis.

Apenas se recorda que o 1.º Prémio era um número de cinco algarismos (5 6 ■ ■ 9), múltiplo de 3 e que o algarismo das centenas era triplo do das dezenas.

Recorrendo aos critérios de divisibilidade (não à calculadora) e explicando o teu raciocínio, ajuda o Pedro a descobrir o número do 1.º Prémio.



Há três hipóteses de escolha dos algarismos em falta: 31, 62 e 93.

Hipótese	1.º Prémio	Soma dos algarismos do 1.º Prémio	A soma dos algarismos do 1.º Prémio é divisível por 3?
31	56319	$5+6+3+1+9 = 24$	SIM
62	56629	$5+6+6+2+9 = 28$	Não
93	56939	$5+6+9+3+9 = 32$	Não

O número do 1.º Prémio é 56319, pois, das 3 hipóteses possíveis, é o único número que é divisível por 3, visto a soma dos seus algarismos ser um múltiplo de 3.

FIM