Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

12/11/2009 **Turma D** **7.º Ano**

Nome: ______________________________ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1. Verdadeiro ou falso?
Preenche com **V** ou **F** o quadrado ao lado da frase, consoante a afirmação seja verdadeira ou falsa.

- $\boxed{\text{F}}$ $2^2+3^2=4^2$.
- $\boxed{\text{V}}$ Se $x=11$, então o valor da expressão $3x-1$ é 32.
- $\boxed{\text{F}}$ $10{,}535$ é o valor arredondado às milésimas de $\sqrt{111}$.
- $\boxed{\text{V}}$ 729 é um cubo perfeito.
- $\boxed{\text{F}}$ Se o comprimento de um rectângulo é 3 cm e a largura é x cm, então a seu perímetro, em centímetros, pode ser expresso por $3x$.
- $\boxed{\text{V}}$ A soma de dois números primos nem sempre é um número primo.

2. Nesta última década, tem-se descoberto novos números primos sensivelmente ao ritmo de um por ano.
Lê com atenção a informação seguinte:

> No dia 23 de Agosto de 2008, um computador da Universidade da Califórnia L.A. da rede GIMPS PrimeNet descobriu o maior número primo conhecido até hoje (12-11-2009): $2^{43112609}-1$.
> Este número primo tem **12978189 dígitos**, quando escrito na forma decimal.
>
> 
>
> $$2^{43112609}-1=\underbrace{316470269330\ \ldots\ 166697152511}_{12978189\,\textit{dígitos}}$$
>
> Este número, escrito na forma decimal, ocupa 2837 páginas em formato A4, escrevendo 61 linhas por página e 75 dígitos por linha.
>
> Adaptado de http://www.mersenne.org/prime.htm

a) Diz o que é um número primo.
Indica o menor número primo e os compreendidos entre 20 e 30.

Um número primo é um número natural que admite apenas dois divisores: a unidade e o próprio número.
O menor número primo é 2; os compreendidos entre 20 e 30 são: 23 e 29.

b) Baseando a tua resposta nos critérios de divisibilidade, indica, justificando, se o <u>número de dígitos</u> do número primo descoberto em 23 de Agosto de 2008 é um número divisível por 3.

Como a soma dos algarismos do número 12978189 ($1+2+9+7+8+1+8+9=45$ *) é um múltiplo de 3, então o número em questão é divisível por 3.*

c) Decompõe o número 168 num produto de factores primos, apresentando o resultado com potências.
Sem efectuares a divisão, indica, justificando, se o número 168 é divisível por 14.

$$\begin{array}{r|l} 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, $168=2^3\times3\times7$.

Como $14=2\times7$ *e os factores 2 e 7 existem na decomposição do número 168, então 168 é divisível por 14.*

3. Calcula:

a)

$$8^2 - 4\times\sqrt{100} = 64 - 4\times 10 = 64 - 40 = 24$$

b)

$$5^2 - \left(\frac{\sqrt{16}}{2} - \frac{\sqrt{81}}{9}\right)\times 6 = 25 - \left(\frac{4}{2} - \frac{9}{9}\right)\times 6 = 25 - (2-1)\times 6 = 25 - 1\times 6 = 25 - 6 = 19$$

4. Utilizando sempre que possível as regras das operações com potências, calcula o valor das seguintes expressões:

a)

$$\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^3 \times \frac{\sqrt{9}}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^6 \times \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \frac{2187}{128}$$

b)

$$6^4 \times 6^2 - \left(6^2\right)^3 + \sqrt[3]{216} = \cancel{6^6} - \cancel{6^6} + 6 = 0 + 6 = 6$$

5. Completa a tabela, utilizando a calculadora para determinar valores aproximados do número indicado:

Número: $\sqrt{48}$	Com erro inferior a		
	1 unidade	**1 décima**	**1 centésima**
Valor aproximado por defeito	6	6,9	6,92
Valor aproximado por excesso	7	7,0	6,93

6. Associa a cada expressão um enunciado:

- $3c - d \div 2$ ❶
- $(a+b)^2$ ❷
- $4x^2$ ❸
- $a^2 + b^2$ ❹
- $(4x)^2$ ❺

- **A** A soma do quadrado de dois números.
- **B** O quádruplo do quadrado de um número
- **C** O quadrado da soma de dois números.
- **D** O quadrado do quádruplo de um número.
- **E** A diferença entre o triplo de um número e a metade de outro número.

RESPOSTA	❶	❷	❸	❹	❺
Indica a letra correspondente:	**E**	**C**	**B**	**A**	**D**

7. Calcula o valor da expressão:

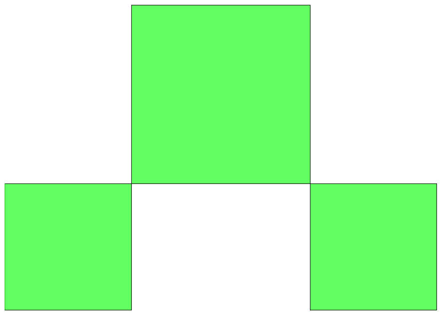
a) $x^2 + 5x + 4$ para $x = \frac{1}{3}$.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 5\times\frac{1}{3} + 4 = \underset{(1)}{\frac{1}{9}} + \underset{(3)}{\frac{5}{3}} + \underset{(9)}{4} = \frac{1}{9} + \frac{15}{9} + \frac{36}{9} = \frac{52}{9}$$

b) $\dfrac{2ab}{a+\sqrt{b}}$ para $a = 4$ e $b = 16$.

$$\frac{2\times 4\times 16}{4+\sqrt{16}} = \frac{8\times 16}{4+4} = \frac{\cancel{8}\times 16}{\cancel{8}} = 16$$

8. O Sr. Abel possui no seu jardim três canteiros quadrados, com as áreas e a disposição indicadas na figura ao lado.



a) Determina, com aproximação ao centímetro e por excesso, o comprimento do lado do canteiro maior.

$l_G = \sqrt{8} \simeq 2{,}83$.

Com aproximação ao centímetro e por excesso, o lado do canteiro maior tem 2,83 metros de comprimento.

b) Se cada metro de rede custar 1,50 €, quanto terá de gastar o Sr. Abel para vedar estes canteiros, sabendo que a rede é vendida em número inteiro de metros?

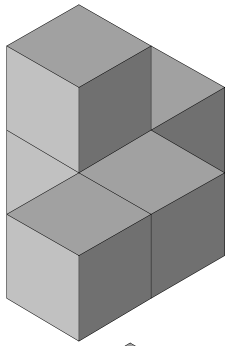
Nota: Se não resolveste a alínea anterior, considera que o valor aí pedido é 3,15 metros.

O comprimento dos lados dos outros canteiros é $l_P = \sqrt{4} = 2$ *metros.*

O perímetro da área a vedar é $P = 4 \times 2 + 4 \times 2{,}83 + 4 \times 2 = 27{,}32$ *metros.*

O Sr. António deverá comprar 28 metros de rede, pelo que terá de gastar $28 \times 1{,}5 = 42$ *euros.*

9. O sólido da figura é constituída por 5 cubos iguais justapostos. O volume total do sólido é 40 cm^3.



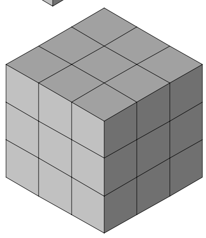
a) Determina o comprimento da aresta de cada cubo.

O volume de cada um dos cubos é $V_C = \dfrac{40}{5} = 8$ cm^3*:*

Assim, a sua aresta tem de comprimento $a = \sqrt[3]{8} = 2$ *cm.*

b) Qual é o menor número de cubos iguais a esses que são necessários para que, juntando-os ao conjunto da figura, se possa construir um cubo? Desenha esse cubo.

É 22 ($3^3 - 5 = 27 - 5 = 22$ *) o menor número de cubos iguais a esses que são necessários para que, juntando-os ao conjunto da figura, se possa construir um cubo. Esse cubo está desenhado à direita (em tamanho reduzido).*



10. O Pedro anotou a chave do Joker no próprio boletim, mas devido a um incidente os dois últimos algarismos ficaram ilegíveis.

Recorda-se que a chave era um número de sete algarismos (**42590▮▮**), ímpar, múltiplo de 3 e que o algarismo das dezenas era uma unidade superior ao das unidades.

Recorrendo aos critérios de divisibilidade (não à calculadora) e explicando o teu raciocínio, ajuda o Pedro a descobrir a chave do Joker.

Há quatro hipóteses de escolher os algarismos em falta: 21, 43, 65 e 87.

Hipótese	Joker	Soma dos algarismos do Joker	A soma dos algarismos do Joker é divisível por 3?
21	4259021	4+2+5+9+0+2+1 = 23	Não
43	4259043	4+2+5+9+0+4+3 = 27	SIM
65	4259065	4+2+5+9+0+6+5 = 31	Não
87	4259087	4+2+5+9+0+8+7 = 35	Não

O número do Joker é 4259043, pois, das 4 hipóteses possíveis, é o único número que é divisível por 3, visto a soma dos seus algarismos ser um múltiplo de 3.

FIM