Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

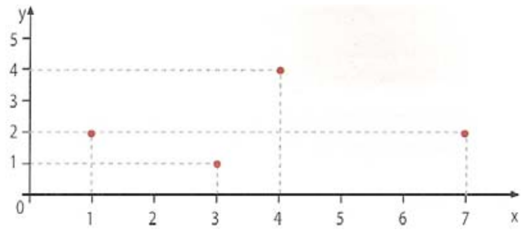
10/02/2011 **Turma C** **8.º Ano**

Nome: ____ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1. Assinala a alternativa correcta
Para cada uma das questões seguintes, assinala a alternativa correcta (não apresentes cálculos ou justificações).

a) A mediana de um triângulo divide-o:

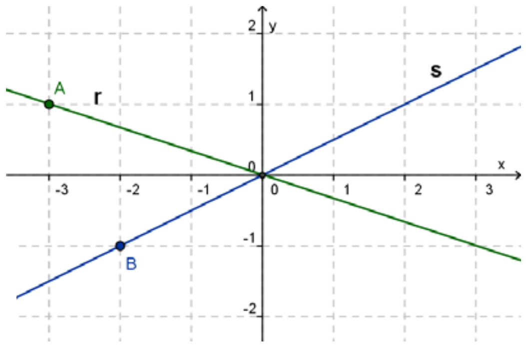
[A] em dois triângulos iguais;
[B] em dois triângulos com iguais perímetros.
[C] em dois triângulos com iguais áreas; ☑
[D] Nenhuma das respostas anteriores é correcta.



b) Considera a função *f* definida pelo gráfico acima.
Qual das afirmações é verdadeira?

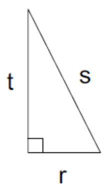
[A] $f(1)=3$ **[B]** $D_f=\{1,2,4\}$ **[C]** $D'_f=\{1,2,3,4,5\}$ **[D]** $D_f=\{1,3,4,7\}$ ☑

c) A recta **r**, representada no referencial cartesiano ao lado, pode ser definida por:



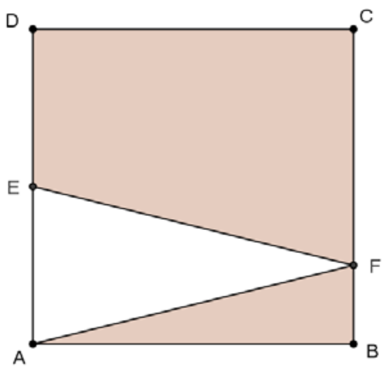
[A] $y=-\frac{1}{3}x$ ☑ **[B]** $y=\frac{1}{3}x$
[C] $y=-3x$ **[D]** $y=3x$

d) Considera o triângulo rectângulo da figura.
Qual das seguintes igualdades é falsa?



[A] $r^2+t^2=s^2$ **[B]** $t^2=s^2-r^2$
[C] $r^2=s^2-t^2$ **[D]** $s^2=t^2-r^2$ ☑

2. Na figura ao lado sabe-se que:



- [ABCD] é um quadrado com $4\,cm$ de lado;
- E é o ponto médio do segmento de recta [AD];
- $\overline{BF}=1cm$.

a) Determina o perímetro do triângulo [AEF].

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [ABF], temos:

$$\overline{AF}^2=4^2+1^2 \Leftrightarrow \overline{AF}^2=16+1$$
$$\Leftrightarrow \overline{AF}=\sqrt{17}$$

Como o triângulo [AEF] é isósceles, vem:

$$P_{[AEF]}=\overline{AE}+\overline{EF}+\overline{FA}=2+\sqrt{17}+\sqrt{17}=(2+2\sqrt{17})\,cm\,.$$

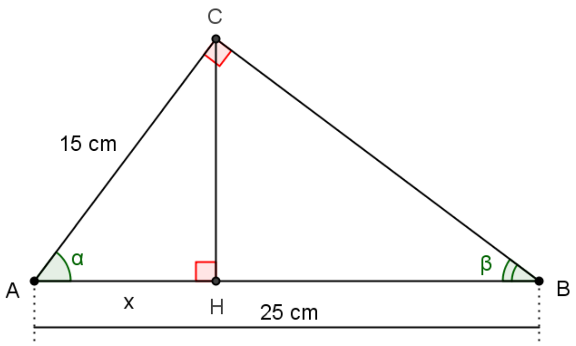
b) Determina a área da região sombreada.

$$\begin{aligned} A_S &= A_{[ABCD]}-A_{[AEF]} \\ &= \overline{AB}\times\overline{BC}-\frac{\overline{AE}\times\overline{AB}}{2} \\ &= 4\times4-\frac{2\times4}{2} \\ &= 12\,cm^2 \end{aligned}$$

3. Observa a figura ao lado.

Sabe-se que:

- O triângulo [ABC] é rectângulo, em C;
- [CH] é perpendicular a [AB];
- $\overline{AB} = 25\,cm$;
- $\overline{AC} = 15\,cm$.



a) Justifica que os triângulos [ACH] e [ABC] são semelhantes.

O ângulo BAC é comum aos dois triângulos.
Por outro lado, ambos os triângulos são rectângulos.
Logo, os triângulos são semelhantes, pois possuem, de um para o outro, dois ângulos iguais, cada um a cada um.

b) Determina $\overline{AH}$.

Como os triângulos são semelhantes, então os comprimentos dos lados correspondentes são directamente proporcionais, isto é, $\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CH}}{\overline{BC}}$.

Usando as duas primeiras razões, temos: $\frac{\overline{AH}}{15} = \frac{15}{25} \Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{15 \times 15}{25} \Leftrightarrow \overline{AH} = 9$.

Portanto, $\overline{AH} = 9\,cm$.

c) Calcula o volume do cone de revolução no qual [BC] é um raio da base e [AC] é a sua altura.

Comecemos por determinar o raio da base do cone, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo [ABC]:

$$\overline{BC}^2 = 25^2 - 15^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 625 - 225$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{400}$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC} = 20$$

Logo, $V_{cone} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{\cancel{3}} \times (\pi \times 20^2) \times \overset{5}{\cancel{15}} = 400\pi \times 5 = 2000\pi\,cm^3$.

4. Uma empresa oferece o serviço de limpeza de chaminés mediante o precário ao lado.

Limpeza de chaminés
PREÇO:
20 € / hora
+
15 € de deslocação

a) Preenche a tabela seguinte:

Tempo (em horas) (***t***)	1	2	4
Custo (em euros) (***c***)	***35***	***55***	***95***

b) A função ($c = f(t)$) é de proporcionalidade directa? Justifica.

A função não é de proporcionalidade directa, pois não é constante a razão entre os valores correspondentes das variáveis dependente e independente: $\frac{35}{1} \neq \frac{55}{2} \neq \frac{95}{4}$.

c) Escreve uma expressão analítica da função, escrevendo ***c*** em função de ***t***.

A função pode ser definida analiticamente pela expressão: $c = 20t + 15$.

d) A mãe da Miquelina pagou $59\,€$ pelo serviço de limpeza das chaminés da sua moradia.
Quanto tempo demorou a limpeza das chaminés, em horas e minutos?

*Substituindo **c** por 59 na expressão anterior, obtemos:* $59 = 20t + 15$.

Resolvendo esta equação, vem: $59 = 20t + 15 \Leftrightarrow 20t + 15 = 59 \Leftrightarrow 20t = 44 \Leftrightarrow t = \frac{44}{20} \Leftrightarrow t = 2{,}2$.

Ora, $0{,}2\,h = 0{,}2 \times 60\,\text{min} = 12\,\text{min}$.
Logo, a limpeza das chaminés demorou $2\,h\ 12\,\text{min}$.

5. O Rogério deu uma tacada na sua bola de golfe.
Qual dos gráficos se adapta melhor à história?

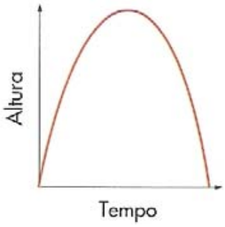


Gráfico A

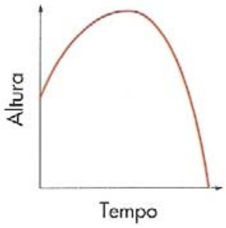


Gráfico B

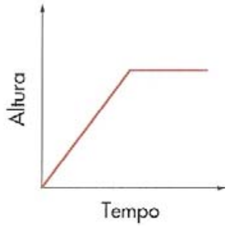
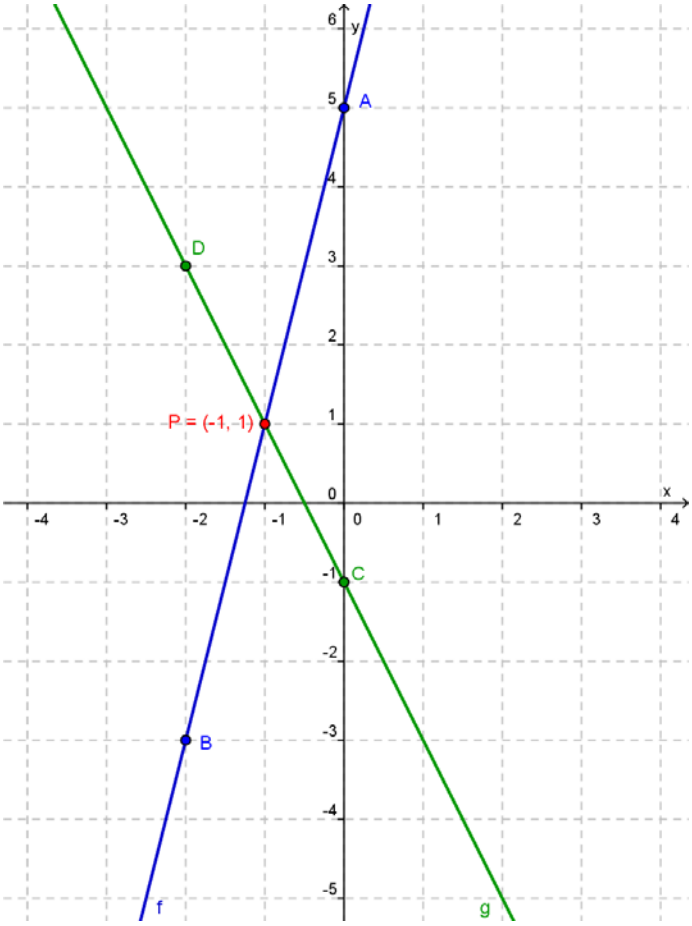


Gráfico C

[A] Gráfico A **[B]** Gráfico B **[C]** Gráfico C **[D]** Qualquer um deles.

O gráfico que se adapta melhor à história é o Gráfico A.

6. Considera as funções f e g definidas por $f(x) = 4x + 5$ e $g(x) = -2x - 1$.



a) Determina x tal que $f(x) = g(x)$.

Ora,

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 4x + 5 = -2x - 1$$
$$\Leftrightarrow 6x = -6$$
$$\Leftrightarrow x = -1$$

Logo, $x = -1$ *é o valor de* x *para o qual as imagens por f e por g são iguais.*

b) Indica as coordenadas do ponto de intersecção dos gráficos de f e g.

Como $f(1) = 4 \times (-1) + 5 = 1$ *(e* $g(-1) = -2 \times (-1) - 1 = 1 = f(-1)$*), o ponto de intersecção dos gráficos de f e g tem as coordenadas* $(-1,1)$.

c) Completa as tabelas, representa graficamente as funções no referencial cartesiano e verifica a resposta da alínea anterior.

x	$y = 4x + 5$	
0	5	$A(0,5)$
-2	-3	$B(-2,-3)$

x	$y = -2x - 1$	
0	-1	$C(0,-1)$
-2	3	$D(-2,3)$

FIM