Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

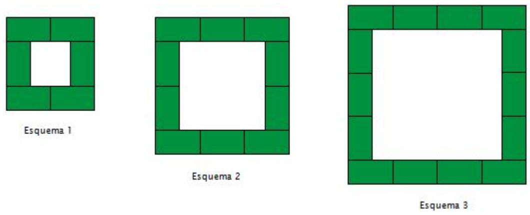
31/03/2011 **Turma C** **8.º Ano**

Nome: ____ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1. Assinala a alternativa correcta

Para cada uma das questões seguintes, assinala a alternativa correcta (não apresentes cálculos ou justificações).

a) Os três esquemas são os três primeiros termos de uma sequência de "quadrados" construídos com peças de LEGO. Qual é a expressão algébrica que permite calcular o número das peças LEGO necessárias para construir um termo desta sequência?



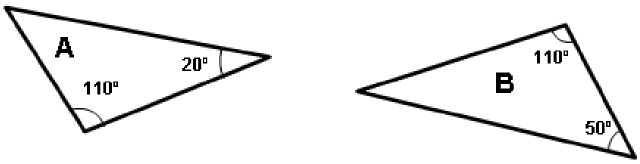
[A] $6n+4$ **[B]** $4n-2$

[C] $6n$ **[D]** $4n+2$ ☑

b) A imagem de 3 pela função f, definida por $f(x)=x-\frac{1}{2}$, é:

[A] $\frac{1}{2}$ **[B]** 1 **[C]** $\frac{3}{2}$ **[D]** $\frac{5}{2}$ ☑

c) Considera a afirmação:
"Os triângulos A e B são semelhantes."
Qual é o critério que sustenta a veracidade desta afirmação?



[A] Não há qualquer critério específico.

[B] Dois triângulos são semelhantes se têm dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado igual.

[C] Dois triângulos são semelhantes se têm os três lados proporcionais.

[D] Dois triângulos são semelhantes se têm dois ângulos iguais. ☑

d) Sabendo que o raio de Vénus é $6050\,km$, qual é o seu diâmetro?

[A] $1{,}21\times10^{4}\,km$ ☑ **[B]** $1{,}21\times10^{3}\,km$ **[C]** $1{,}21\times10^{-4}\,km$ **[D]** $3{,}025\times10^{3}\,km$

2. Uma empresa oferece o serviço de limpeza de alcatifas em casa do cliente mediante o precário ao lado.

Limpeza de alcatifas
PREÇO:
15 € / hora
+
5 € de deslocação

a) Preenche a tabela seguinte:

Tempo (em horas) (***t***)	1	2	4
Custo (em euros) (***c***)	***20***	***35***	***65***

b) Escreve uma expressão analítica da função, escrevendo ***c*** em função de ***t***.

A função pode ser definida analiticamente pela expressão: $c=15t+5$ *.*

3. Alguns dos alunos da turma do Miguel participaram numa actividade de recolha de materiais para reciclar.
Cada um dos alunos que participou na actividade recolheu o mesmo número de latas, o mesmo número de caixas de cartão e o mesmo número de garrafas de vidro.
Recolheram, ao todo, 96 latas, 72 caixas de cartão e 60 garrafas de vidro.
Determina qual pode ter sido o maior número de alunos a participar na actividade.

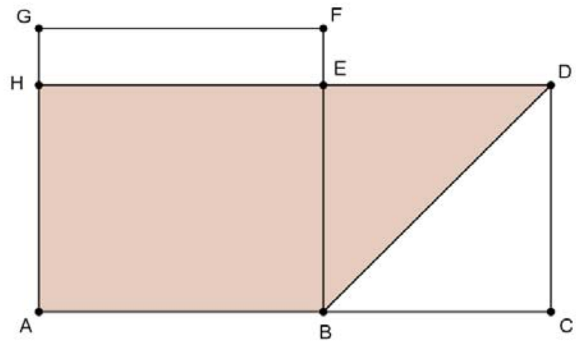
$$\begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, $96=2^5\times3$, $72=2^3\times3^2$ *e* $60=2^2\times3\times5$. *Assim,* $m.d.c.(96,72,60)=2^2\times3=12$ *.*

Portanto, é 12 o maior número de alunos que pode ter participado na actividade.

4. Na figura ao lado sabe-se que:

- E é o ponto de intersecção dos segmentos de recta [HD] e [BF];
- [ABFG] é um quadrado;
- [BCDE] é um quadrado;
- $\overline{AH} = 8\,cm$ e $\overline{FE} = 2\,cm$.



a) Determina o perímetro do triângulo [BCD].

Comecemos por determinar $\overline{BD}$, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [BCD]:

$$\begin{aligned} \overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 &\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 8^2 + 8^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 64 + 64 \\ &\Leftrightarrow \overline{BD} = \sqrt{128} \end{aligned}$$

Logo, o perímetro do triângulo [BCD] é $P_{[BCD]} = 8 + 8 + \sqrt{128} = (16 + \sqrt{128})\,cm$.

b) Determina a área do quadrilátero [ABDH], sombreado na figura.

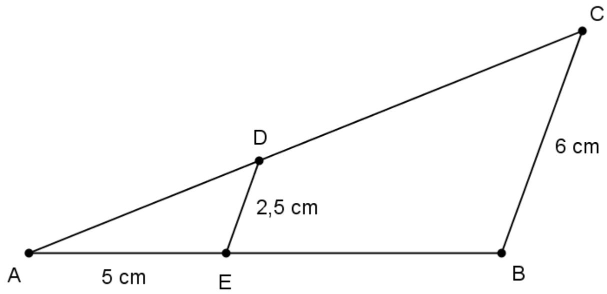
Considerando que o quadrilátero [ABDH] é um trapézio rectângulo, a sua área é:

$$\begin{aligned} A_{[ABDH)} &= \frac{\overline{HD} + \overline{AB}}{2} \times \overline{AH} \\ &= \frac{18+10}{2} \times 8 \\ &= 112\,cm^2 \end{aligned}$$

5. Observa a figura ao lado.

Sabe-se que:

- Os pontos D e E pertencem, respectivamente, aos lados [AC] e [AB] do triângulo [ABC];
- [DE] é paralelo a [BC];
- $\overline{AE} = 5\,cm$;
- $\overline{DE} = 2{,}5\,cm$;
- $\overline{BC} = 6\,cm$.



a) Justifica que os triângulos [ABC] e [ADE] são semelhantes.

Como [DE] é paralelo a [BC], então os ângulos AED e ABC são ângulos obtusos de lados paralelos, pelo que são geometricamente iguais. Pela mesma razão, os ângulos ADE e ACB são ângulos agudos de lados paralelos, pelo que são também geometricamente iguais.
Logo, os triângulos são semelhantes, pois possuem, de um para o outro, dois ângulos iguais, cada um a cada um.

b) Determina $\overline{BE}$.

Como os triângulos são semelhantes, então os comprimentos dos lados correspondentes são directamente proporcionais, isto é, $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$.

Usando a primeira e a última das razões, temos: $\frac{5}{\overline{AB}} = \frac{2{,}5}{6} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{5\times 6}{2{,}5} \Leftrightarrow \overline{AB} = 12$.

Portanto, $\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 12 - 5 = 7\,cm$.

6. Completa a tabela, escrevendo cada um dos números em notação científica.

NÚMERO	12300000	0,000321	123×10^{-4}	$0{,}0321\times10^{5}$
Escrita em notação científica	$1{,}23\times10^{7}$	$3{,}21\times10^{-4}$	$1{,}23\times10^{-2}$	$3{,}21\times10^{3}$

7. Resolve, apresentando o resultado em notação científica:

- Massa de um protão: $1{,}6726\times10^{-24}\,g$;
- Massa de um átomo de oxigénio: $2{,}6\times10^{-23}\,g$;
- A massa do Celestino: $65\,kg$.

a) Determina a soma das massas de um átomo de oxigénio e de um protão.

$$\begin{aligned}2{,}6\times10^{-23}+1{,}6726\times10^{-24} &= 2{,}6\times10^{-23}+0{,}16726\times10^{-23}\\ &= (2{,}6+0{,}16726)\times10^{-23}\\ &= 2{,}76726\times10^{-23}\end{aligned}$$

A soma das massas de um átomo de oxigénio e de um protão é $2{,}76726\times10^{-23}\,g$.

b) Quantos átomos de oxigénio serão necessários colocar num prato de uma balança de braços iguais para equilibrar a massa do Celestino?

$$N = \frac{65\,kg}{2{,}6\times10^{-23}\,g} = \frac{65\times10^{3}\,g}{2{,}6\times10^{-23}\,g} = \frac{65}{2{,}6}\times\frac{10^{3}}{10^{-23}} = 25\times10^{26} = 2{,}5\times10^{27}$$

Para equilibrar a massa do Celestino será necessário colocar no prato da balança $2{,}5\times10^{27}$ *átomos de oxigénio.*

8. Calcula o valor numérico das seguintes expressões, utilizando, sempre que possível, as <u>regras das potências</u>:

a)

$$\begin{aligned}5^{-2}+(-5)^{-2}-5^{2}+(-5)^{2} &= \left(\frac{1}{5}\right)^{2}+\left(-\frac{1}{5}\right)^{2}-\cancel{25}+\cancel{25}\\ &= \frac{1}{25}+\frac{1}{25}\\ &= \frac{2}{25}\end{aligned}$$

b)

$$\frac{6^{-12}\div2^{-12}\times\left(3^{2}\right)^{5}}{(-3)^{0}\times3^{-4}} = \frac{3^{-12}\times3^{10}}{1\times3^{-4}} = \frac{3^{-2}}{3^{-4}} = 3^{2} = 9$$

9. Resolve a seguinte equação:

$$\begin{aligned}4x+1=3-2(1-x) &\Leftrightarrow 4x+1=3-2+2x\\ &\Leftrightarrow 4x-2x=-1+3-2\\ &\Leftrightarrow 2x=0\\ &\Leftrightarrow x=0\end{aligned}$$

10. O Rui saiu de casa às 8:00 horas e dirigiu-se a pé para a escola que fica a 2 km.
Ficou na escola até às 12:30 horas e depois regressou a casa, onde almoçou.
Qual dos gráficos se adapta melhor à história?

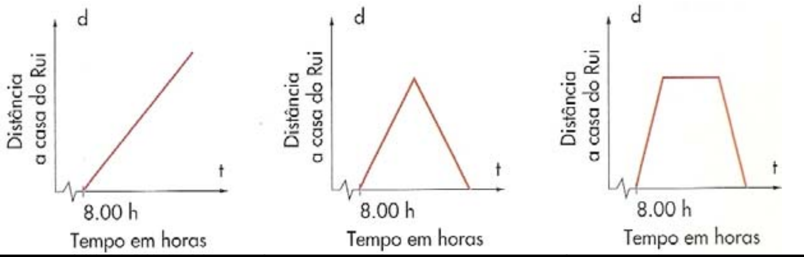


Gráfico A | **Gráfico B** | **Gráfico C**

[A] Gráfico A **[B]** Gráfico B **[C]** Gráfico C **[D]** Qualquer um deles.

O gráfico que se adapta melhor à história é o Gráfico C.

FIM