

Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

12/12/2000

Turmas C e D

8.º Ano

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1. Verdadeiro ou falso?

Preenche com **V** ou **F** o quadrado ao lado da frase, consoante a afirmação seja verdadeira ou falsa.

- V** Considera o triângulo rectângulo e as três afirmações seguintes:

[A] $r^2 = s^2 - t^2$

[B] $r^2 + s^2 = t^2$

[C] $t^2 = s^2 - r^2$



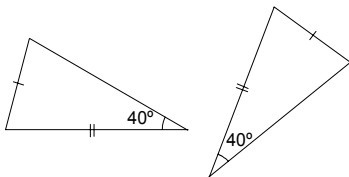
Apenas são verdadeiras duas afirmações.

Apenas a afirmação [B] é falsa.

- V** Para determinar o baricentro de um triângulo, basta desenhar duas medianas.

Como as três medianas se intersectam num ponto – o baricentro –, então basta desenhar duas delas.

- F** Os dados indicados nas figuras são suficientes para garantir a igualdade dos triângulos.



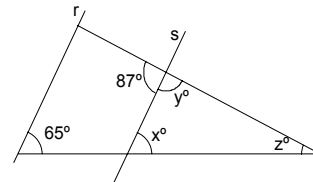
Não se verifica qualquer um dos critérios de igualdade de triângulos: LLL, LAL ou ALA.

- F** A altura de um triângulo divide-o sempre em duas figuras equivalentes.

Basta, por exemplo, considerar a altura [AH] do triângulo [ABC], da questão 6 deste teste.

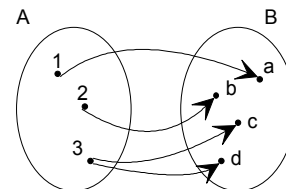
- F** Na figura, as rectas r e s são paralelas. De acordo com os dados, será:

$x = 65$; $y = 83$ e $z = 32$.



É $x = 65$ e $y = 93$ (porquê), logo será $z = 22$ (porquê?).

- F** A correspondência estabelecida entre o conjunto A e o conjunto B é uma função.



A correspondência não é unívoca, pois "3" possui mais do que um correspondente.

2. Na figura ao lado está representado um cubo com 5 m de aresta.

- a) Justifica que o triângulo [FBC] é rectângulo e identifica o ângulo recto.

A aresta [BC] é perpendicular à face [ABGF], logo a recta BC é perpendicular ao plano ABG (que contém essa face). Como uma recta que é perpendicular a um plano é perpendicular a todas as rectas contidas nesse plano, então as rectas BC e BF são perpendiculares. Consequentemente, o triângulo [FBC] é rectângulo em B.

- b) Calcula, com aproximação ao centímetro, o perímetro do triângulo sombreado.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [ABF], temos:

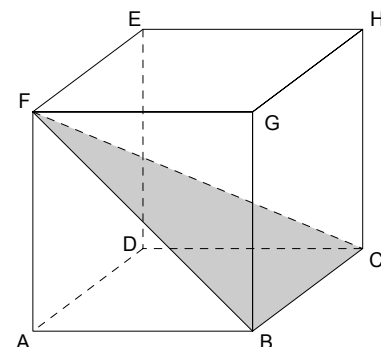
$$\overline{BF}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{BF}^2 = 5^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{BF}^2 = 50, \text{ logo } \overline{BF} = \sqrt{50}.$$

Aplicando agora o mesmo teorema no triângulo rectângulo [FBC], vem:

$$\overline{FC}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 50 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 75, \text{ logo } \overline{FC} = \sqrt{75}.$$

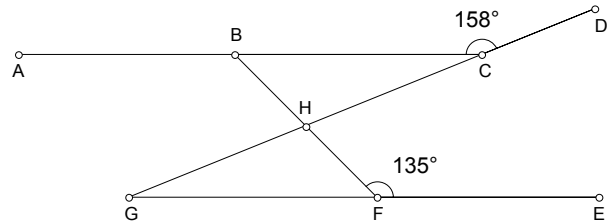
Assim, $P = \overline{FB} + \overline{BC} + \overline{CF} = \sqrt{50} + 5 + \sqrt{75} \approx 20,73$ (2 c.d.).

O triângulo sombreado tem 20,73 metros de perímetro, aproximadamente.



3. Observa a figura ao lado, onde:

- $[AC]$ é paralelo a $[GE]$;
- $\overline{GH} = \overline{HC}$;
- $\hat{BFE} = 135^\circ$ e $\hat{BCD} = 158^\circ$.



a) Considerando apenas as letras da figura, indica:

Questão	Resposta
Dois ângulos verticalmente opostos	Os ângulos BHC e FHG, por exemplo.
Dois ângulos adjacentes	Os ângulos BHC e CHF, por exemplo.
Dois ângulos de lados directamente paralelos (de lados paralelos dois a dois e da mesma espécie)	Os ângulos ACG e EGD, por exemplo.
Um ângulo externo do triângulo [BCH]	O ângulo FHC, por exemplo.

b) Prova que os triângulos [BCH] e [FGH] são geometricamente iguais. Identifica o caso de igualdade de triângulos que utilizaste.

- $\overline{GH} = \overline{HC}$, logo $[GH] \approx [HC]$;
- $\angle BCH \approx \angle FGH$, pois são ângulos de lados paralelos dois a dois e da mesma espécie;
- $\angle BHC \approx \angle FHG$, pois são ângulos verticalmente opostos.

Como, de um para o outro triângulo, se verifica a igualdade de um lado e a igualdade dos respectivos ângulos adjacentes a esses lados – ALA –, os dois triângulos são geometricamente iguais.

c) Justificando, determina as amplitudes dos ângulos internos do triângulo [BCH].

$$\hat{BCH} = 180^\circ - \hat{BCD} = 180^\circ - 158^\circ = 22^\circ, \text{ pois os ângulos BCH e BCD são suplementares.}$$

$$\text{Pela mesma razão, } \hat{GFH} = 180^\circ - \hat{EFH} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

$$\hat{CBH} = \hat{GFH} = 45^\circ, \text{ pois são ângulos de lados paralelos dois a dois e da mesma espécie.}$$

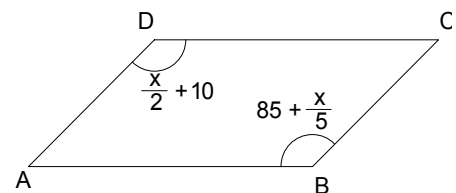
Finalmente, considerando que a soma dos ângulos internos de um triângulo é um ângulo raso, temos:

$$\hat{BHC} = 180^\circ - \hat{BCH} - \hat{CBH} = 180^\circ - 22^\circ - 45^\circ = 113^\circ.$$

4. Considera o paralelogramo [ABCD].

Sabendo que as medidas indicadas estão em graus, determina as amplitudes dos ângulos internos do quadrilátero.

Considerando que os ângulos opostos de um paralelogramo são geometricamente iguais, temos:



$$\frac{x}{2} + 10 = 85 + \frac{x}{5} \Leftrightarrow 5x + 100 = 850 + 2x$$

$$\Leftrightarrow 5x - 2x = 850 - 100$$

$$\Leftrightarrow 3x = 750$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{750}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 250$$

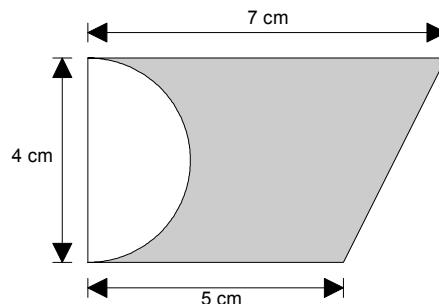
Logo, $\hat{B} = \hat{D} = \frac{250^\circ}{2} + 10^\circ = 85^\circ + \frac{250^\circ}{5} = 135^\circ$ e $\hat{A} = \hat{C} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$, pois os ângulos consecutivos de um paralelogramo são suplementares.

5. Na figura ao lado podes observar um trapézio rectângulo e um semicírculo. Calcula a área exacta da região sombreada.

$$A_{\text{Trapézio}} = \frac{B+b}{2} \times h = \frac{7+5}{2} \times 4 = 24$$

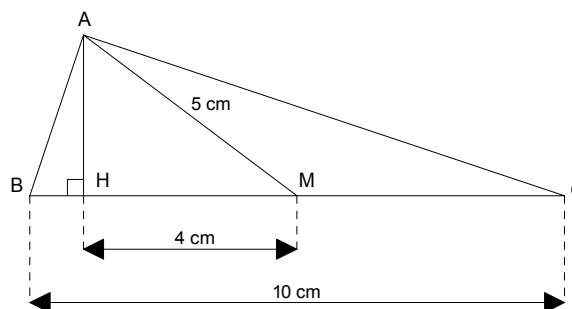
$$A_{\text{Semicírculo}} = \frac{\pi \times r^2}{2} = \frac{\pi \times 2^2}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi$$

Logo, $A_{\text{Sombreada}} = 24 - 2\pi$ centímetros quadrados.



6. Observa a figura ao lado, onde:

- $\overline{BC} = 10$ cm;
- $\overline{AM} = 5$ cm;
- $\overline{HM} = 4$ cm;
- M é o ponto médio de [BC];
- As rectas AH e BC são perpendiculares.



- a) Relativamente ao triângulo [ABC],

a1) como designas o segmento de recta [AM]? Justifica.

O segmento de recta [AM] é uma mediana do triângulo [ABC], pois é um segmento de recta cujos extremos são um vértice do referido triângulo e o ponto médio do lado oposto a esse vértice.

a2) como designas o segmento de recta [AH]? Justifica.

O segmento de recta [AH] é a altura do triângulo [ABC] relativamente ao lado [BC], pois é um segmento de recta perpendicular a esse lado e com extremos nesse lado (ou no prolongamento desse lado, em outras situações) e no vértice do triângulo oposto a esse mesmo lado.

- b) Mostra que $\overline{AH} = 3$ cm.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [AHM], temos:

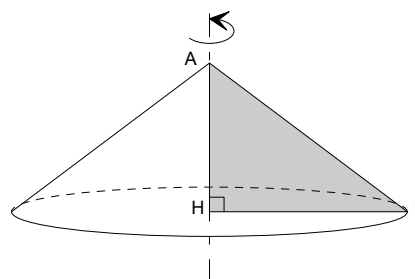
$$\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2 = \overline{AM}^2 \Leftrightarrow \overline{AH}^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow \overline{AH}^2 = 25 - 16 \Leftrightarrow \overline{AH}^2 = 9, \text{ logo } \overline{AH} = \sqrt{9} = 3 \text{ centímetros.}$$

- c) Considera o cone gerado pela rotação do triângulo [AHM] numa volta completa, em torno do eixo que contém o segmento de recta [AH].

Determina o volume desse cone (1 c.d.).

Na figura ao lado está representado o cone de revolução que se obtém por esse processo.

$$\begin{aligned} V_{\text{cone}} &= \frac{A_b \times h}{3} \\ &= \frac{\pi \times \overline{HM}^2 \times \overline{AH}}{3} \\ &= \frac{\pi \times 4^2 \times 3}{3} \\ &= 16\pi \\ &\approx 50,3 \text{ (1c.d.)} \end{aligned}$$



O seu volume é de aproximadamente $50,3 \text{ cm}^3$.

FIM

O Professor