Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

07/05/2002 **Turma C** **9.º Ano**

Nome: ____ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1.ª Parte

1.

*Resposta **[C]**. (Porquê?)*

2.

*Resposta **[D]**. (Porquê?)*

3.

*Resposta **[A]**. (Porquê?)*

4.

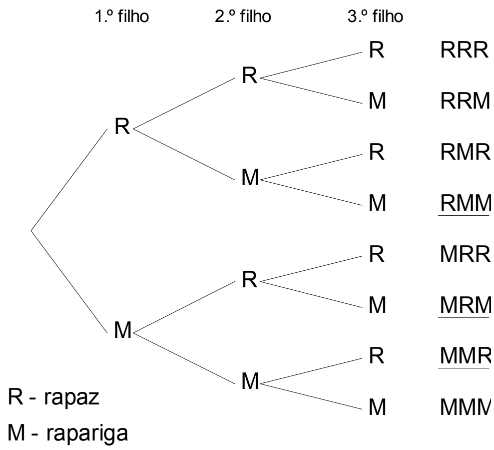
*Resposta **[D]**. (Porquê?)*

2.ª Parte

1.

Construído o diagrama, constatamos haver três resultados favoráveis (os sublinhados) em oito resultados possíveis.

Portanto, a probabilidade de acontecer esse desejo é $p = \frac{3}{8}$.



2.

$$1 - \frac{1-x}{3} \geq \frac{x}{2} \quad \wedge \quad -2x > 5 \quad \Leftrightarrow \quad 6 - 2 + 2x \geq 3x \quad \wedge \quad x < -\frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad -x \geq -4 \quad \wedge \quad x < -\frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \leq 4 \quad \wedge \quad x < -\frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x < -\frac{5}{2}$$

Portanto, o conjunto-solução é $S = \left]-\infty, -\frac{5}{2}\right[$.

3.

a)

Considerando o triângulo [OAB], os lados [AO] e [OB] são geometricamente iguais, pois são raios da mesma circunferência. Como num triângulo, a lados iguais se opõem ângulos iguais, podemos concluir que $\angle OBA \cong \angle OAB$.

b1)

Como a recta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio dirigido ao ponto de tangência, então $O\hat{B}T = 90^\circ$. *Assim,* $O\hat{B}A = O\hat{B}T - A\hat{B}T = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$.

b2)

Como o ângulo CBA é um ângulo inscrito na circunferência, que compreende o arco AC entre os seus lados, a sua amplitude será metade da desse arco. Logo, $\overset{\frown}{AC} = 2 \times C\hat{B}A = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$.

b3)

Considerando que a recta AT é tangente à circunferência em A e que $\angle OBA \cong \angle OAB$*, então podemos concluir que* $T\hat{A}B = T\hat{B}A = 70^\circ$*. Dado que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º, considerando o triângulo [ATB] temos:* $A\hat{T}B = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$.

c)

Por exemplo, R (O, + $A\hat{O}B$*), ou seja, R (O, +140º).*

4.

a)

$10^2 = 9 \times 11 + 1$*, por exemplo.*

b)

Ora, $(a-1)(a+1)+1 = a^2 + a - a - 1 + 1 = a^2$*, c.q.m..*

5.

a)

$4x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = -3 \quad \vee \quad x = 3$

b)

$-15x^2 = -\frac{1}{2}x \Leftrightarrow -30x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(-30x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad -30x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = \frac{1}{30}$

c)

$$\begin{aligned}(x-3).(4-x) = x^2 - 9 \quad &\Leftrightarrow \quad (x-3).(4-x) = (x+3)(x-3)\\ &\Leftrightarrow \quad (x-3).\left[(4-x)-(x+3)\right] = 0\\ &\Leftrightarrow \quad (x-3)(1-2x) = 0\\ &\Leftrightarrow \quad x-3=0 \quad \vee \quad 1-2x=0\\ &\Leftrightarrow \quad x = 3 \quad \vee \quad x = \tfrac{1}{2}\end{aligned}$$

6.

a)

Para que a equação seja impossível, terá de ser $\Delta < 0$.

Pelo que, $8^2 - 4 \times 1 \times k < 0 \Leftrightarrow 64 - 4k < 0 \Leftrightarrow k > \frac{64}{4} \Leftrightarrow k > 16$.

b)

Para que a equação tenha duas raízes distintas, terá de ser $\Delta > 0$.

Pelo que, $(-1)^2 - 4 \times k \times 1 > 0 \Leftrightarrow 1 - 4k > 0 \Leftrightarrow k < \frac{1}{4}$*. (nota que satisfaz* $k \neq 0$*)*

7.

Designado por x a idade da Inês, a idade da Maria será representada por x-11

Ora, $x.(x-11) = 60 \Leftrightarrow x^2 - 11x - 60 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121+240}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm 19}{2} \Leftrightarrow x = 15 \vee x = -4$

Portanto, a Inês tem 15 anos. (a solução negativa da equação não pode ser solução do problema)

8.

Comecemos por exprimir as áreas ocupadas pelo mármore preto e pelo mármore branco:

$$P(x) = 2x^2 \quad e \quad B(x) = 12^2 - 2x^2$$

Ora, $12^2 - 2x^2 = 14x^2 \Leftrightarrow 16x^2 = 144 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3 \quad \vee \quad x = -3$

Portanto, o quadrado de mármore preto tem 3 metros de lado. (a solução negativa da equação não pode ser solução do problema)

O Professor